ORSAY
N° d'ordre : 3329

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR 3ème CYCLE
Spécialité : PHYSIQUE DES SOLIDES

par

Aliro VALDES H

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU SOLIDE ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS

Soutenue le 28 octobre 1982, devant la Commission d'Examen

MM. J. FRIEDEL Président
P. PFEUTY
B.I. HALPERIN
G. WILLIAMS
F.I.B. WILLIAMS

UNIV.
LEIDEN
MED.

ORSAY
N° d'ordre : 3329

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR 3ème CYCLE
Spécialité : PHYSIQUE DES SOLIDES

par

Aliro VALDES H

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU SOLIDE ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS

Soutenue le 28 octobre 1982, devant la Commission d'Examen

MM. J. FRIEDEL Président
P. PFEUTY
B.I. HALPERIN
G. WILLIAMS
F.I.B. WILLIAMS

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543515_0042

"CONTRIBUTION A L'ETUDE DU SOLIDE
ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS"

RESUME :

Cette thèse est une étude de la phase solide du cristal d'électrons bidimensionnel (2D) sur la surface de l'^{4}He.

Nous avons observé les modes couplés électron-ripplon où nous en avons déduit le comportement du module de cisaillement qui caractérise la phase solide.

Le comportement de cette grandeur est linéaire en température loin de la transition liquide-solide avec une décroissance plus rapide au voisinage de la transition.

Mots clés : Bidimensionnel, électrons, surface, helium 4, solide bidimensionnel, transition de phase.

ABSTRACT :

This study concerns the solid phase of the two dimensional electron solid on the surface of liquid ^{4}He.

From the observation of the electron-ripplon coupled modes we deduce the shear modulus as a function of the temperature. The shear modulus characterises the solid phase.

Far from the liquid-solid transition we find that is a linear function of the temperature, but near melting the variation is faster.

A mi madre
a la memoria de mi
padre.

R E M E R C I E M E N T S

Je voudrais exprimer ici ma reconnaissance sincère à :

MM. A. Landesman et P. Bergé qui m'ont accueilli au Laboratoire de Physique du Solide et Résonance Magnétique de l'Orme des Merisiers.

F. Williams qui m'a fait participer de son savoir faire, de sa physique aux bouts des doigts et qui m'a initié à la recherche expérimentale.

G. Deville, avec qui j'ai réalisé une grande partie de ce travail, pour ses sages conseils.

J. Poitrenaud, C. Heyer, A. Lacostaz, C. Glättli, D. Marty, M. Eisenkremer, pour l'aide et l'échange amical qu'ils m'ont offerts.

M.J. Friedel qui m'a fait l'honneur de présider la commission d'examen ainsi qu'à MM. P. Pfeuty, B.I. Halperin, G. Williams qui ont eu la gentillesse de participer au jury.

C. Urbina pour son soutien et encouragement amical et son aide à la préparation du manuscrit.

M^{me} Brigitte Parent qui avec beaucoup de gentillesse, soin, et compétence s'est occupée de la mise en page du manuscrit.

P. Pari pour son assistance et expérience dans les basses températures.

Tous mes amis et collègues du laboratoire qui ont enrichi ce travail de leurs connaissances.

S O M M A I R E

INTRODUCTION

CHAPITRE 1. - REALISATION DES SYSTEMES BIDIMENSIONNELS 1

1.1. Couches d'atomes ou molécules adsorbées sur une surface solide 1

1.2. Couches électroniques d'inversion à l'interface métal-oxide-semiconducteur 4

1.3. Electrons sur la surface de l'He^4 6

CHAPITRE 2. - ORDRE A DEUX DIMENSIONS 10

2.1. La divergence des fluctuations 10

2.2. Ordre topologique et fusion à (2-D) 14

CHAPITRE 3. - LE SYSTEME BIDIMENSIONNEL D'ELECTRONS A LA SURFACE DE L'He^4 27

3.1. Etats de surface 27

3.2. Stabilité de la couche électronique 32

3.3. Excitations dans la phase fluide 35

3.4. Temps de vie des excitations 37

3.5. Température du système électronique 40

CHAPITRE 4. - LE CRISTAL ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS 45

4.1. Le solide électronique sur un substrat rigide 47

4.2. Electrons sur un substrat déformable 50

4.3. Cristal sur un substrat déformable. Couplage phonon-ripplon 53

4.4. Excitation des modes : description de la ligne excitatrice 70

4.5. Susceptibilité 74

4.6. Spectromètre 79

CHAPITRE 5. - RESULTATS EXPERIMENTAUX 87
5.1. Evolution de W avec la température 87
5.2. Fluctuations et son transverse 97
5.3. Evolution du module de cisaillement avec la température. 100

CHAPITRE 6. - A.- Cryogénie 111
B.- Cellule expérimentale 122
C.- Procédures expérimentales 130
CONCLUSION 139

INTRODUCTION

Bien que notre monde habituel soit à trois dimensions, il existe un certain nombre de systèmes où les phénomènes se déroulent essentiellement sur une surface. Ces systèmes accessibles aux recherches de laboratoire depuis quelques années ont éveillé un intérêt grandissant.

L'étude des transitions de phase et de l'influence de la dimensionalité réduite sur celles-ci, a été pour le théoricien un terrain fertile d'application des outils nouveaux tels que les techniques du groupe de renormalisation. Dans le cas de la simulation par ordinateur le fait d'avoir un nombre de particules assez réduit facilite beaucoup les calculs.

Un problème caractéristique des systèmes à deux dimensions ((2-D) par la suite) est celui de la nature de l'ordre à longue portée. Des résultats théoriques obtenus il y a quelques 50 ans montraient qu'on ne pouvait pas avoir dans la limite thermodynamique des structures périodiques parfaites à $T \neq 0$. Cela mettait en doute l'existence des cristaux, supraconducteurs, aimants et superfluides à (2-D).

En effet vers 1930 Peierls a démontré qu'à deux dimensions et pour toute température non nulle, des atomes ne peuvent pas former un cristal

(2-D) à cause de la divergence des fluctuations de position à basses fréquences (modes $\omega \sim k$ pour $k \to 0$). Les modes basses fréquences, plus excités que les modes hautes fréquences, sont présents en plus grand nombre à (2-D) qu'à (3-D).

Cette abondance de modes basses fréquences, à dimensionalité réduite, entraine des conséquences similaires pour d'autres formes d'ordre à grande distance comme l'ont fait remarquer Félix Bloch, L.D. Landau, P. Hohemberg et d'autres pour l'ordre magnétique, la supraconductivité et la superfluidité à (2-D).

Pour le cristal (2-D) des résultats théoriques ultérieurs ont laissé prévoir qu'un certain type d'ordre doit exister. Imry et Gunther ont démontré que des pics de Bragg élargis existent à (2-D) même dans la limite d'un système infini, et Mermin trouve que l'ordre orientationnel est à longue portée dans la même limite.

A la même époque (1973) Kosterlitz et Thouless proposent une nouvelle définition d'ordre basée sur l'existence d'un ordre à courte portée (qui n'est pas perturbé par les fluctuations à grande longueur d'ondes) qui permet de définir un parcours sur le système (2-D), et sur la présence ou absence de dislocations à l'intérieur de ce parcours qui détermine la réponse du système à des forces de cisaillement. Si un système (2-D) a des dislocations *libres* sa réponse sera plastique. L'absence de dislocations libres assure une réponse élastique caractérisée par un module de cisaillement μ non nul.

Le problème des fluctuations et de l'ordre seront l'objet du chapitre 2, le chapitre 1 étant consacré à la description de quelques systèmes (2-D) qu'on trouve dans le laboratoire.

Le système (2-D) d'électrons sur la surface de l'^{4}He est un outil privilégié pour ces études. Les électrons attirés vers la surface par des forces de polarisation et empêchés de pénétrer dans le liquide par une barrière de potentiel de 1 eV forment un système (2-D) dont l'interaction avec le substrat est faible et non périodique et dont l'interaction est parfaitement connue. A basse température et pour des densités électroniques réalisables, les corrélations induites par l'interaction Coulombienne l'emporte sur l'agitation thermique et le système devient solide. Les propriétés de la

phase liquide seront traités dans le chapitre 3 et celles de la phase solide dans le chapitre 4.

La théorie de Kosterlitz et Thouless approfondie par la suite par Halperin, Nelson, Young et Zippelius donne une estimation de la température de transition du solide électronique (2-D) et permet aussi de déduire la variation en température du module de cisaillement.

Le but de ce travail est de mesurer la vitesse du son transverse C_t et sa variation en température. Puisque le module de cisaillement est relié directement à C_t on peut exprimer nos résultats en termes de cet grandeur pour comparer avec la théorie.

Sur les trois ans qu'à duré cette étude, deux ans et démie ont été consacrés à l'aménagement et à la construction de l'appareillage : réfrigérateur à dilution pour permettre d'étendre la gamme de mesures jusqu'à 70 mK, avec tout ce que cela comporte en fuites, superfuites, (en accord avec le principe omniprésent que "aucune fuite ne se révèle à chaud") et problèmes techniques divers.

Ce travail "technique" est décrit brièvement dans le chapitre 6 après la présentation des résultats "physiques".

C H A P I T R E I

REALISATION PRATIQUE DE SYSTEMES BIDIMENSIONNELS (2D)

I. REALISATION PRATIQUE DE SYSTEMES BIDIMENSIONNELS (2)

Dans ce chapitre nous allons décrire quelques uns des systèmes utilisés dans le laboratoire pour l'étude des propriétés physiques à (2-D).

Nous nous limiterons à la description des couches de molécules des gaz rares adsorbés sur un substrat, des systèmes métal-oxide-semi-conducteur et des électrons sur l'^{4}He. D'autres systèmes existent en plus de ceux-ci, par exemple les ions ou électrons sous la surface de l'^{4}He liquide ou bien à l'interface de démixion ^{3}He-^{4}He, des particules macroscopiques chargées sur la surface de l'eau, des billes métalliques, etc... Tous ces systèmes ont des particularités de grand intérêt mais une description complète nous mènerait trop loin.

1.1. Couches d'atomes ou molécules adsorbées sur une surface solide (1,2)

A basse température les molécules des gaz rares (Ar,Ne,Kr,He,Xe) ont la propriété d'être plus fortement attirées vers une autre substance qu'entre elles de sorte que si un de ces gaz se trouve en présence d'une surface, l'adsorption sur cette surface se fera avant la formation de goutelettes ou cristallites.

Lorsque le recouvrement de la surface est inférieur où égal à l'unité on peut envisager que le film ainsi formé puisse se comporter comme un système 2-D. Des expériences sur ce type de systèmes ont été réalisées depuis environ 40 ans et une avancée notable s'est produite depuis une dizaine d'années.

La difficulté principale de ces expériences vient de ce qu'une surface contaminée par d'autres molécules étrangères ou avec des défauts induit des effets qui masquent le comportement propre au film adsorbé.

L'étude faite par Thomy et Duval (1) sur les isothermes d'adsorption du krypton sur du graphite exfolié montre que la quantité de gaz adsorbé en fonction de la pression de vapeur dans une enceinte, présente des discontinuités très marquées, ce qui suggère une grande uniformité de la surface.

Dans la figure (1.1) leurs résultats sont comparés à ceux d'une surface non uniforme typique.

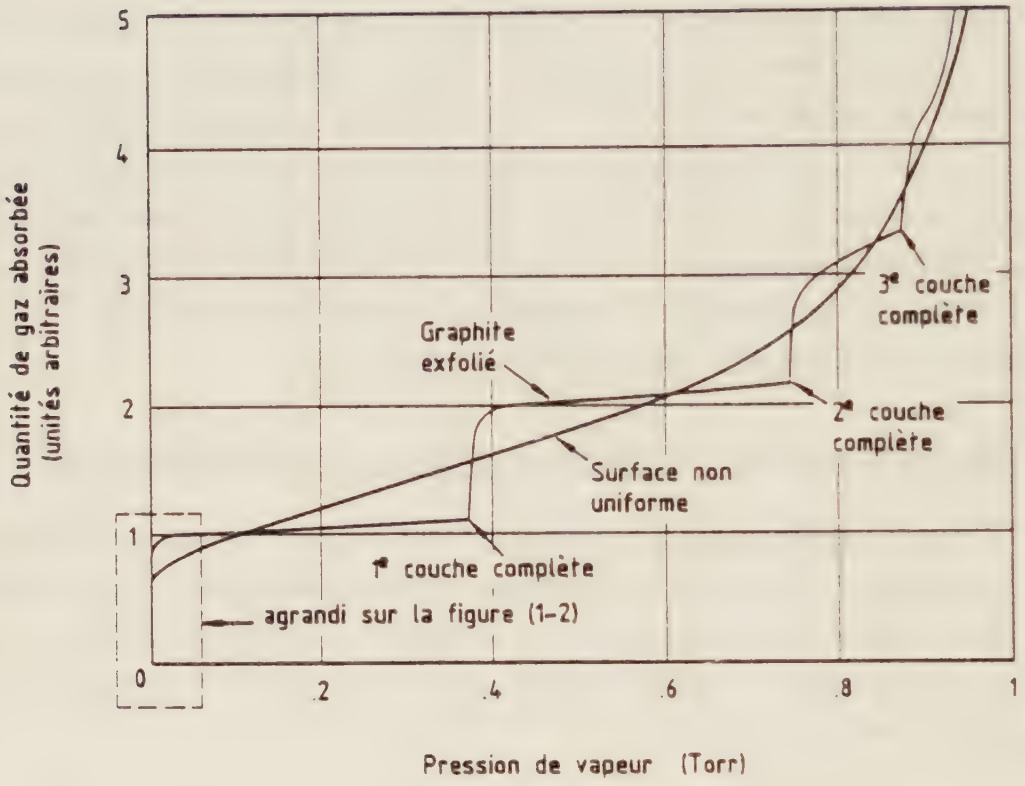


Figure 1.1.

Comparaison entre la quantité de gaz adsorbée par le graphite exfolié et une surface non uniforme typique.

D'un autre côté lors de la formation de la première couche, les isothermes montrent une notable similitude avec les diagrammes de phases des substances simples a (3-D), comme il est illustré par la figure (1.2).

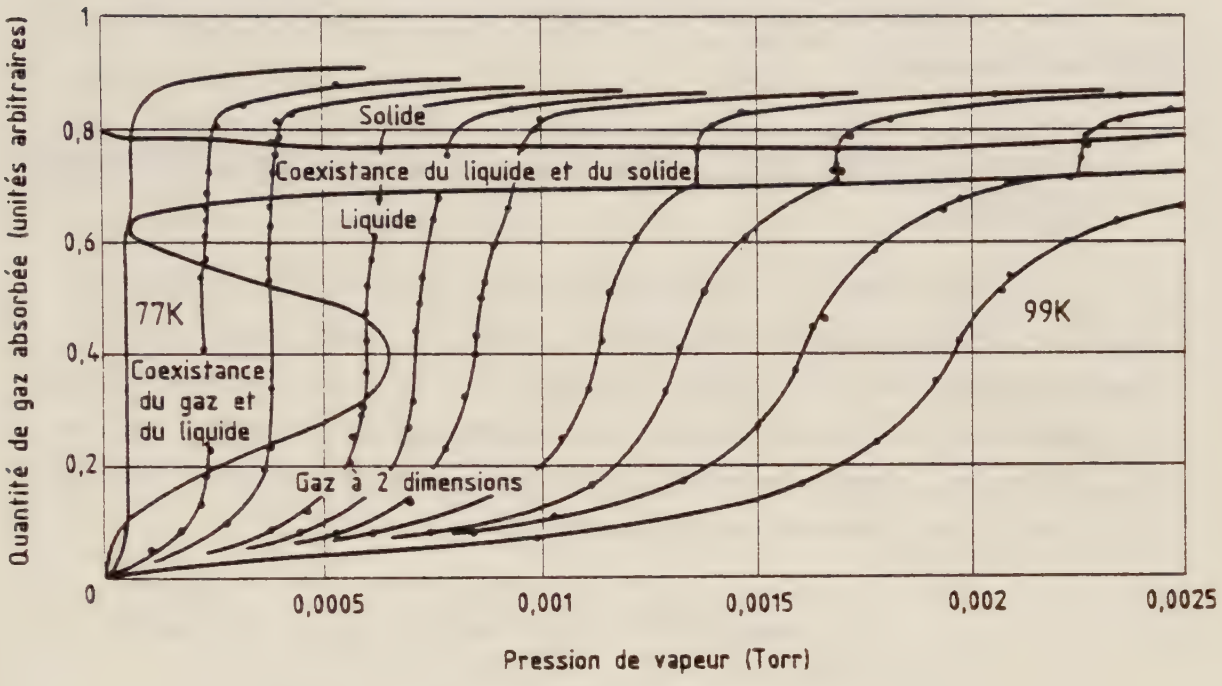


Figure 1.2.

Diagramme de phases pour l'adsorption du krypton sur graphite exfolié. Ces courbes correspondent à la formation de la première couche avec une variation en température entre 77 K et 99 K.

Bien que ces résultats suggèrent l'existence de différentes phases, ils ne permettent pas d'établir la nature même des phases ordonnées. Par ailleurs la structure atomique du substrat fait que les molécules se localisent sur des sites du substrat cristallin perdant ainsi partiellement leur mobilité. On parle dans ce cas, suivant le nombre de molécules adsorbées et la température, de "lattice-gaz", "lattice-liquid" ou "lattice-solid".

Du fait que le film partage la périodicité du substrat, les questions que pose le problème de l'ordre à longue portée ne sont pas très pertinentes dans ce type de système .

Il est clair qu'un système (2-D) plus simple devrait avoir avec le substrat une interaction qui influence moins les caractéristiques qui découlent de la dimensionalité réduite.

Les systèmes de particules chargées ont, de ce point de vue, quelques avantages.

1.2. Couches électroniques d'inversion à l'interface métal oxide-semi-conduction

Le développement des technologies des surfaces a permis vers 1960 la fabrication des transistors à "effet de champ" dont la structure simplifiée est la suivante : considérons un bloc d'un semi-conducteur type p et une plaque métallique séparés par une couche d'isolant. Deux électrodes sont connectées à des semi-conducteurs type n près de l'interface. Cet ensemble est montré dans la figure (1.3)

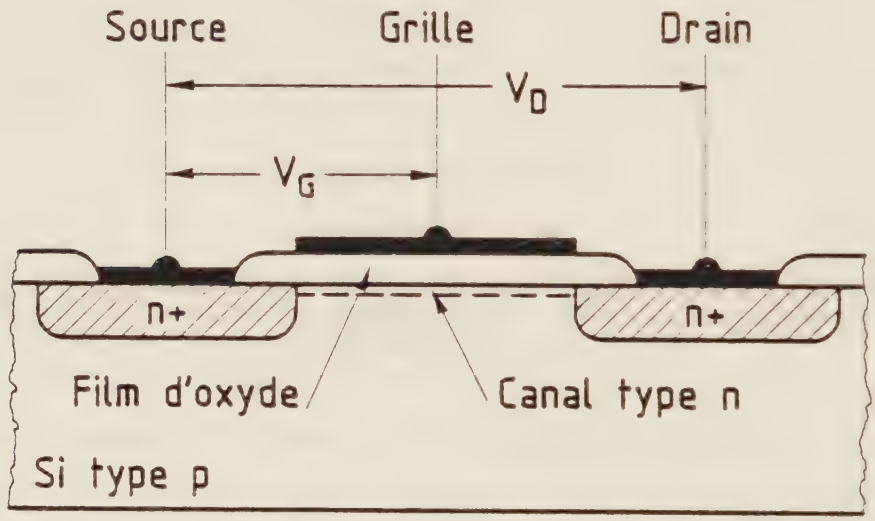


Figure 1.3.
Transistor MOS (métal-oxide-semi-conducteur) à effet de champ.

Voyons d'abord ce qui arrive à la surface du semi-conducteur lorsqu'on applique un potentiel positif à la plaque métallique. Le champ ainsi créé repoussera les trous laissant une région au voisinage de l'interface où l'on trouvera des centres accepteurs sous la forme d'ions négatifs. Cette zone s'appelle "zone de déplétion" ; si ensuite on permet que des électrons arrivent à l'interface via les électrodes type n on forme une "couche d'inversion" c'est-à-dire une zone de déplétion avec l'induction de porteurs négatifs. Le schéma énergétique est montré dans la figure (1.4).

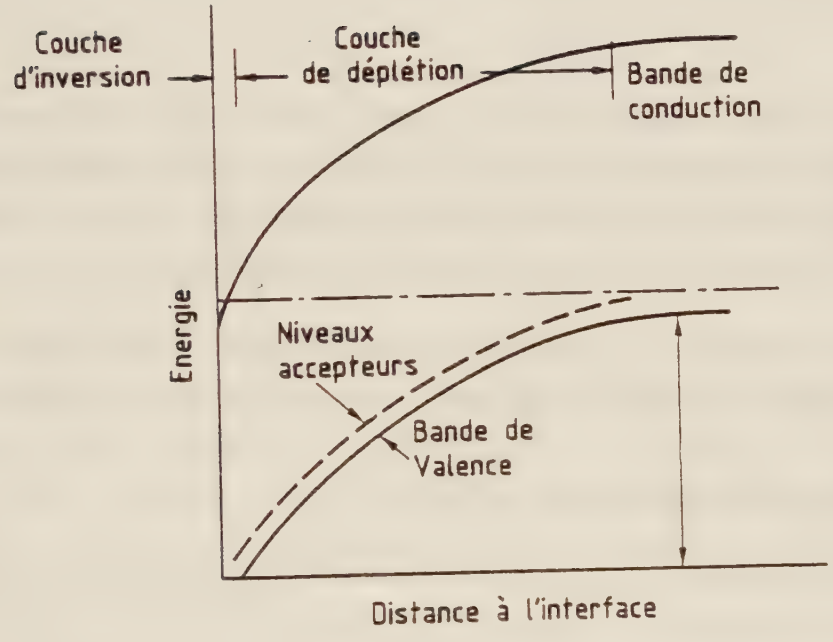


Figure 1.4.

Niveaux d'énergies à l'interface d'un MOS.

L'isolation due à la couche d'oxide permet l'application de tensions de l'ordre de 10^7 V/cm et la densité qu'on peut y induire est d'environ 10^{13} cm^{-2}.

A de telles densités de charge l'énergie de Fermi peut-être de l'ordre d'une centaine de degrés Kelvin d'où les effets quantiques importants aux basses températures.

Le caractère (2-D) de la couche électronique à l'interface a été bien établi par des mesures de la magnéto-conductance[4] (effet de Haas Van Alphen). L'expérience consiste à faire varier la tension de grille. (voir figure 1.3.) de façon à obtenir une variation dans la densité. Cela donne un comportement oscillatoire de la magnéto-conductance dû au passage du niveau de Fermi à travers les niveaux de Landau. Les résultats montrent que la densité d'états en absence de champ magnétique, est constante comme celle d'un système (2-D).

Des expériences récentes sur le comportement de la raie cyclotron dans des couches d'inversion dans Si[5] sont interprétées comme étant le résultat des corrélations à courte portée, mais il n'y a pas d'évidence claire de la formation par les électrons d'un cristal (2-D).

Dans ces systèmes la rugosité du substrat impose aux charges des potentiels aléatoires, ce qui complique l'interprétation des résultats.

1.3. Electrons sur la surface de l'He^4

Un autre système 2-D est celui constitué par la déposition d'électrons sur la surface d'un liquide à basse température. Bien que plusieurs liquides soient utilisables (He^3, Ne, H_2, He^4, etc) nous nous intéresserons spécialement à l'He^4.

La possibilité de former un tel système vient de la propriété commune à tous les isolants d'opposer une barrière de potentiel à la pénétration des électrons, qui, dans le cas de l'He^4 correspond à $\sim$ 1 eV ($\sim$ 12000°K). Dans ce cas le rôle du semi-conducteur est joué par le vide et l'isolant correspond à l'He^4.

A la différence du système constitué par l'interface dans un semi-conducteur, où l'on peut avoir des densités de l'ordre de $10^{13}cm^{-2}$, la densité maximale est ici pour des raisons de stabilité de $2 \times 10^{9}cm^{-2}$. Pour une densité typique de $n = 8 \times 10^{8}cm^{-2}$ la température de Fermi est $T_F = \hbar^2\pi n/mk_B \sim 20$ mK. Cela implique qu'il faut atteindre des températures inférieures à une vingtaine de mK pour se placer dans le domaine des effets quantiques ; les expériences décrites dans ce travail étant réalisées à $T \geq 75$ mK, ce système sera dans ce qui suit, "classique". D'un autre côté pour avoir une cristallisation on doit refroidir le gaz 2-D à des températures telles que l'énergie d'agitation thermique k_BT soit inférieure à l'énergie d'interaction Coulombienne $\sim e^2/a \sim e^2(\pi n)^{1/2}$ où n est la densité de surface et $a^{-1} = (\pi n)^{1/2}$. Pour les densités réalisables dans ce système ce critère simple conduit à une température de transition inférieure à quelques dizaines de degrés. Expérimentalement on trouve que le rapport de ces énergies ou plus précisément le facteur

$$\Gamma = \frac{e^2(\pi n)^{1/2}}{k_BT} \qquad (1.1)$$

doit être supérieur à 100 pour avoir une cristallisation, raison pour laquelle il faut disposer d'un réfrigérateur capable d'atteindre des températures inférieures au degré Kelvin.

Bien que ce système exige des techniques cryogéniques allant au-dessous du degré K, on a le bénéfice d'avoir une interaction avec le substrat bien connue et non périodique ce qui permet un accès aux caractéristiques propres au système 2-D plus facilement que dans les systèmes adsorbés (potentiels périodiques) ou les interfaces des semi-conducteurs (potentiels aléatoires).

En ce qui concerne les questions d'ordre de la transition de phase on peut avancer ici que les résultats présentés dans ce travail sont compatibles avec le modèle de fusion proposé il y a quelques années par J. Kosterlitz et D. Thouless où l'ordre est défini de façon "topologique" et dont le mécanisme de fusion correspond à l'apparition des dislocations libres.

Avant de préciser quantitativement les caractéristiques de notre système nous donnerons dans le chapitre II un bref aperçu sur l'ordre dans un système 2-D.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE I

(1) - A. Thomy, X. Duval and J. Regnier, *Surf. Sci. Rep. 1 (1981) 1-38*

(2) - J.G. Dash "Films on solid surfaces" *Academic Press N.Y. 1975*

(3) - A. Many, Y. Goldstein, N.B. Grover "Semi-conductor surfaces" *North-Holland Publishing Company Amsterdam (1965) Chapts. IV,VI,IX.*

(4) - F.F. Fang and A.B. Fowler, *Phys. Rev. 169, 3 p. 619 (1968)*

(5) - B.A. Wilson, S.J. Allen Jr., and C.D. Tsui, *Phys. Rev. B 24, 10 p. 5887 (1981).*

C H A P I_T R E II

ORDRE A DEUX DIMENSIONS (2-D)

1. ORDRE A DEUX DIMENSIONS (2-D)

On sait depuis longtemps (1) que dans un cristal (2-D) les fluctuations relatives de deux particules divergent logarithmiquement avec la distance qui les sépare. Cela conduit à affirmer qu'il n'existe pas d'ordre à grande distance au sens strict du terme. Pourtant il a été démontré (2) que l'ordre orientationnel est à longue portée et qu'il existe des pics de Bragg, plus élargis, semblables à ceux d'un cristal parfait (3).

Bien que l'ordre dans ce système soit "plus faible" que dans le cas d'un cristal parfait, il est différent du désordre qu'on trouve dans un liquide. En outre, cette structure est capable de propager une onde de polarisation transversale, ce qui est caractéristique d'une phase solide sans avoir d'implications sur l'ordre, puisque des structures amorphes peuvent aussi propager le même type d'ondes. L'existence d'un ordre suffisant à courte portée permet de donner une définition nouvelle de ce type d'ordre. Cela à été fait par Kosterlitz et Thouless (4) en considérant les propriétés topologiques du réseau comme on verra après.

Revenons pour le moment au problème de la divergence des fluctuations, et remarquons que tout système de laboratoire est nécessairement fini. La divergence étant seulement logarithmique ne met pas en cause l'existence du cristal (2-D) dans le laboratoire. Le problème se pose donc, dans la limite dite "thermodynamique", c'est-à-dire lorsque le nombre de particules est infini. Cela étant les fonctions de corrélation à deux points sont aussi utilisables à condition de prendre un nombre fini de particules.

Maintenant examinons tout cela avec plus de détails.

2.1. La divergence des fluctuations

La première caractéristique fondamentale d'un cristal, à la différence d'un liquide ou d'un solide amorphe, est sa structure périodique. Souvent l'exemple d'une chaîne unidimensionnelle d'atomes comme celle de la figure (2.1) est utilisée pour illustrer cette périodicité.

Figure 2.1.

Chaîne unidimensionnelle d'atomes séparés par une distance a.

Cette périodicité parfaite correspond au cas où il n'y a pas d'agitation thermique (on ne considère pas pour le moment les effets quantiques) c'est-à-dire, à T = 0.

Choisissons un atome quelconque comme atome de référence (0 sur la figure) et regardons les positions des autres atomes à T ≠ 0. Si les forces sont à courte portée, le premier voisin (1 sur la figure) s'écartera en moyenne par rapport à la distance d'équilibre a d'une quantité δ où $\delta = (<u^2>)^{1/2}$, et u est le déplacement par rapport à la position d'équilibre. δ peut être déterminé par la relation

$$\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{T=0} \delta^2 = kT \qquad (2.1)$$

où U est le potentiel d'interaction.

L'atome suivant (2 sur la figure) gardera en moyenne une distance a avec son voisin et aura à son tour un écartement δ. Puisqu'on a supposé une interaction à courte portée, ces écarts successifs sont indépendantes et le problème est similaire au problème de la marche au hazard.

Pour l'atome N la racine carrée de l'écart quadratique moyen sera, par rapport à la référence, $N^{1/2}\delta$, et on voit que pour N grand, la périodicité dans la position est perdue. Une analyse plus détaillée montre que cette conclusion est correcte même si les forces sont à longue portée .

Pour le cas (2-D) la situation est différente. Comme l'illustre la figure (2.2) l'atome placé en (a,a) interagit avec l'atome de référence par l'intermédiaire de celui en (0,a) et aussi de celui en (a,0) ; de cette façon on peut supposer que la perte de périodicité avec la distance, si perte il y a, se fera plus lentement que dans le cas à une dimension.

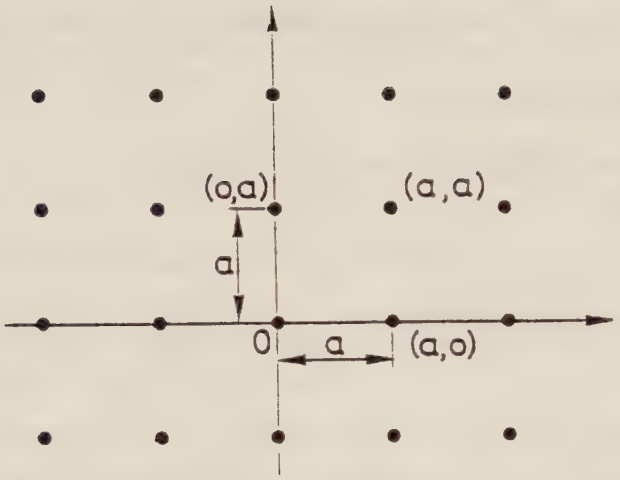


Figure 2.2.

A deux dimensions l'atome en (a,a) à plusieurs chemins qui le relient à la référence.

Ce raisonnement peut aussi s'appliquer à trois dimensions où le nombre de chemins entre la référence et un atome particulier est encore plus grand, mais comme à (2-D), il est difficile avec cet argument qualitatif de préciser ce qu'il advient de la périodicité.

Pour déterminer s'il existe de l'ordre à longue distance à (2-D) et (3-D) il faut donc calculer explicitement les fluctuations. Pour ce faire on utilisera l'approximation harmonique valable lorsque les déplacements relatifs ne sont pas très grands, c'est-à-dire lorsque $\delta \ll a$.

Soit $\vec{u}(\vec{R})$ le déplacement de l'atome placé dans $\vec{R}$ par rapport à sa position d'équilibre (position à T = 0) et considérons la quantité $\langle \vec{u}(\vec{R})^2 \rangle$. Pour que la périodicité dans la position soit maintenue il suffit que

$$\frac{\langle \vec{u}^2(\vec{R}) \rangle}{a^2} \ll 1 .$$

Dans l'approximation classique* on pourra écrire l'équipartition de l'énergie pour chaque mode de vecteur d'onde $\vec{q}$

$$N m \omega_{\vec{q}}^2 \langle \vec{u}_{\vec{q}}^2 \rangle = k_B T$$

---

* Pour ce qu'on veut illustrer les effets quantiques ne sont pas importants.

où N est le nombre total d'atomes, m, la masse de un atome, $\omega_{\vec{q}}$ la fréquence du mode $\vec{q}$ et où on a utilisé le théorème du viriel.

D'un autre côté on a

$$\langle \vec{u}(\vec{R})^2 \rangle = \sum_{\vec{q}} \langle \vec{u}_{\vec{q}}^2 \rangle$$

d'où

$$\langle \vec{u}^2(\vec{R}) \rangle = \sum_{\vec{q}} \frac{k_B T}{N m \omega_{\vec{q}}^2} \qquad (2\text{-}2)$$

Dans un cristal (2-D) il y a deux modes : longitudinal ($\omega_q^l \propto |\vec{q}|^{1/2}$) et transversal ($\omega_q^t \propto |\vec{q}|$). A cause du fait que $\hbar\omega_q^t \ll \hbar\omega_q^l$ c'est le mode transverse que sera plus excité à température donnée ; la contribution de ce mode aux fluctuations sera plus importante que celle du mode longitudinal et on prendra seulement cette branche dans l'expression (2.2) pour (2-D) et (3-D). A (1-D) on prendra $\omega = cq$.

Si N est suffisamment grand on pourra remplacer la somme dans (3.2) par une intégrale avec un nombre d'états égale à $d^d\vec{q}/(2\pi)^d$ dans $d^d\vec{q}$, où d est la dimensionalité spatiale (d = 1,2,3).

Pour d = 1 on aura que $d^d\vec{q}/(2\pi)^d$ est simplement $dq/2\pi$. Le nombre de modes entre q et q + dq est indépendent de q et

$$\langle \vec{u}^2(\vec{R}) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{k_B T}{n m c^2} \left(\frac{1}{q_m} - \frac{1}{q_D} \right) \qquad (2\text{-}3)$$

On observe qu'il est nécessaire d'introduire un vecteur q_m de coupure pour éviter la divergence en 1/q pour la limite inférieure (q → 0). Physiquement on peut considérer que la plus grande longueur d'onde qui peut se propager dans l'échantillon doit être de l'ordre de la taille de l'échantillon, en conséquence $q_m \sim 1/L$. Si l'on prend la limite d'un échantillon infini, les fluctuations vont diverger comme la taille de l'échantillon. Dans (2-3) q_D est le vecteur de Debye, $q_D^{-1} \sim a$, et n est le nombre d'atomes par unité de longueur.

Pour d = 2 on a que $d^2\vec{q}/(2\pi)^2$ est $qdq/2\pi$ dans un anneau entre q et q+dq. On observe que le nombre de modes tombe à zéro lorsque q → 0

comme q, et on a

$$\langle \vec{u}^2(\vec{R}) \rangle = \frac{1}{2\pi} \frac{k_B T}{n m C_t^2} \ln(q_D/q_m) \qquad (2\text{-}4)$$

Cette fois-ci la divergence avec la taille de l'échantillon est beaucoup plus faible (rappelons que $q_D/q_m \sim L/a$) et cela comme conséquence du plus faible nombre de modes avec petit q.

A trois dimensions le comportement divergent est éliminé complètement puisque $d^3\vec{q}/(2\pi)^3$ est $q^2 dq/2\pi^2$ et

$$\langle \vec{u}^2(\vec{R}) \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \frac{k_B T}{n m C_t^2} q_D \qquad (2\text{-}5)$$

On a donc comme conclusion que la fluctuation quadratique moyenne d'un atome autour de sa position d'équilibre diverge a une et deux dimensions dans la limite d'un système infini. Cette divergence est produite par les modes à grande longueur d'ondes qui jouent un rôle plus important à une et deux dimensions qu'à trois dimensions.

Une deuxième caractéristique de la symétrie dans un cristal est la conservation dans l'espace des directions cristallographiques. Dans le cas d'un cristal (2-D) on trouve que la fonction de corrélation

$$\langle [\vec{r}(\vec{R}+\vec{a}) - \vec{r}(\vec{R})] \cdot [\vec{r}(\vec{R}'+\vec{a}) - \vec{r}(\vec{R}')] \rangle$$

où $\vec{r}(\vec{R})$ est la position instantanée de la particule au noeud $\vec{R}$ du réseau, tend vers la valeur a^2 lorsque $|\vec{R}-\vec{R}'| \to \infty$. On remarque que a^2 est la valeur de la fonction de corrélation lorsque les particules sont "gelés" aux noeuds du réseau, d'où on peut conclure que l'ordre orientationnel est à longue portée. Il y a donc a (2-D) une forme d'ordre qui garde certaines caractéristiques des cristaux parfaits avec le même sens (ordre orientationnel) tandis que d'autres caractéristiques ont un caractère plus "faible" (ordre translationnel).

2.2. Ordre topologique et fusion à deux dimensions

Il est clair qu'à trois dimensions l'existence d'ordre à longue portée dans un échantillon implique que celui-ci est un solide.

A deux dimensions on a un ordre "moins fort" que dans le cas à trois dimensions, et on peut se demander si ce système a des caractéristiques propres à un solide, par exemple, une résistance élastique au cisaillement.

Une réponse à ce problème a été donnée par J.M. Kosterlitz et D.J. Thouless (4) dans une formulation qui ne fait pas référence aux fluctuations de la position mais aux défauts qui sont des excitations topologiques. Ils ont proposé une nouvelle définition d'ordre à grande distance fondée sur les propriétés d'ensemble du système plutôt que sur les fonctions de corrélation à deux points. L'idée fondamentale en est qu'un liquide près de son point de solidification a une structure proche de celle du solide avec une certaine quantité de dislocations libres qui peuvent se déplacer vers les bords sous l'influence des forces de cisaillement très faibles produisant un flux visqueux comme il est montré dans la figure (2.3).

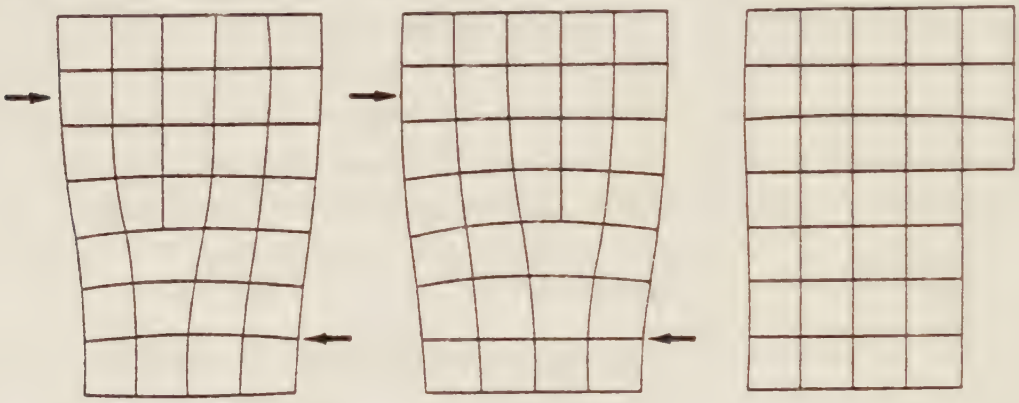


Figure 2.3.

Mouvement d'une dislocation sous l'action d'une contrainte de cisaillement.

Par contre s'il n'y a pas des dislocations libres, la réponse est élastique, et il est de même s'il y a des paires des dislocations de signes opposés.

Comment peut-on déterminer la présence ou l'absence des dislocations libres ? Pour déterminer cela il est alors nécessaire d'avoir assez d'ordre à courte portée et on peut procéder de la façon suivante : dans un cristal (2-D) parfait, chaque atome a une paire de coordonnées définies de façon univoque par des entiers multiples des vecteurs de base

du réseau direct. Ces entiers correspondent au nombre de pas nécessaires dans chaque direction de base (positif dans le sens du vecteur de base et négatif dans le sens opposé) pour arriver jusqu'à l'atome considéré à partir d'une origine donnée. Le nombre net de pas dans chaque direction est indépendant de la trajectoire considérée, constituant *un invariant topologique* du réseau. Si par contre le cristal contient une dislocation, l'une ou l'autre des coordonnées perd son unicité : le nombre de pas déterminé par cette méthode dépend de la trajectoire suivie, comme le montre la figure (2.4).

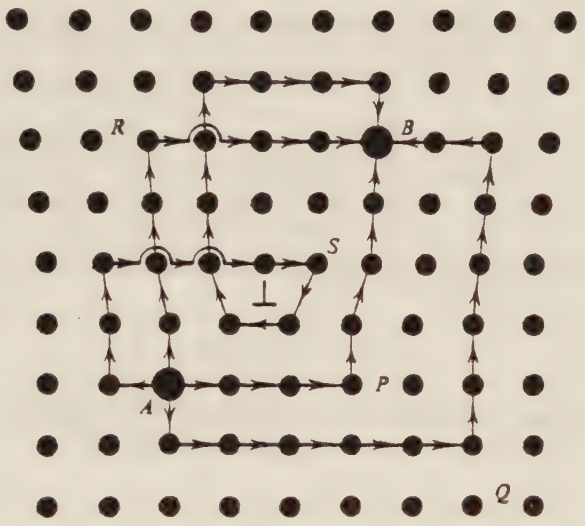


Figure 2.4.

Trajectoires non équivalentes dans un réseau avec dislocations

$$A \to P \to B \equiv A \to Q \to B \neq A \to R \to B \neq A \to S \to B.$$

Lorsqu'on fait autour d'une dislocation un circuit comportant autant de pas élémentaires dans chaque sens et pour chaque direction, le circuit n'est pas fermé comme le montre la figure (2.5). Le vecteur $\vec{b}$ qui ferme le circuit est appelé le "vecteur de Burgers" de la dislocation. Loin de la dislocation le vecteur de Burgers est un vecteur du réseau direct. La procédure est réalisable même si les fluctuations relatives pour deux atomes éloignés sont grandes puisque pour parcourir la trajectoire c'est l'ordre à courte porté qui est nécessaire. On dira qu'on a de "l'ordre topologique à grande distance" lorsque le vecteur de Burgers total du

système est nul* (pas de dislocations libres) ce qui implique une résistance au cisaillement. Si le vecteur de Burger est non nul cela veut dire qu'il y a des dislocations libres, alors la réponse aux forces de cisaillement est plastique. Notons qu'un vecteur de Burger nul est compatible avec la présence de paires de dislocations de vecteurs de Burgers opposés. L'effet de ces paires est de réduire le module de cisaillement.

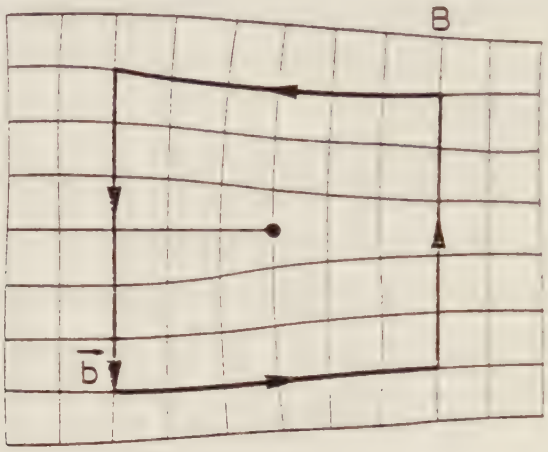


Figure 2.5.

Dislocation dans un réseau plan carré. $\vec{b}$ = vecteur de Burgers de la dislocation.

On peut faire dans le cadre de ce modèle une estimation simple de la température de fusion en appliquant les lois de l'élasticité. L'énergie associée à une dislocation peut être considérée comme la somme de deux contributions ; d'une part l'énergie du "coeur" (E_c) où on ne peut pas appliquer la théorie de l'élasticité et d'autre part l'énergie emmagasinée dans le réseau comme conséquence de la déformation introduite par la dislocation. Cette dernière contribution peut être estimée par (5)

$$E_u = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{L} \left(\tfrac{1}{2} \lambda u_{ii} u_{kk} + \mu u_{ij} u_{ij} \right) d^2 r \qquad (2\text{-}6)$$

---

*En toute rigueur (voir référence 4, p. 1182) lorsqu'il y a des dislocations libres un circuit ne fermera pas une distance proportionnelle à la longueur du circuit L, tandis que si on a seulement des paires la distance sera proportionnelle à $(Lr)^{1/2}$ où r est la distance moyenne entre paires.

où r_o et L sont de l'ordre du vecteur de Burgers et de la taille de l'échantillon respectivement, et u_{ij} est le tenseur des déformations relié aux déplacements u_i par la relation

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (2\text{-}7)$$

et λ et μ sont les coefficients de Lamé à (2-D)(5).

On trouve que l'énergie élastique d'une dislocation isolée croît comme le logarithme de la taille de l'échantillon (6). Pour trouver l'énergie totale de formation de la dislocation il faut ajouter l'énergie du "coeur", E_c. On a, plus exactement

$$E = \frac{b^2\mu(\lambda+\mu)}{2\pi(2\mu+\lambda)} \log\frac{L}{r_o} + E_c \qquad (2\text{-}8)$$

Parallèlement l'entropie d'une dislocation est proportionnelle au logarithme du nombre de sites permis

$$S = k_B \log\left(\frac{L}{r_o}\right)^2$$

d'où on trouve pour l'énergie libre par dislocation

$$F = E - TS$$

$$= \left(\frac{b^2\mu(\lambda+\mu)}{2\pi(2\mu+\lambda)} - 2k_BT\right)\log\frac{L}{r_o} + E_c \qquad (2\text{-}9)$$

On observe qu'à partir d'une certaine température il est thermodynamiquement favorable pour le système d'avoir des dislocations libres. Le solide alors perd sa résistance au cisaillement, c'est-à-dire il fond. Cette température est donnée par la relation

$$k_B T_c = \frac{b^2\mu(\lambda+\mu)}{4\pi(\lambda+2\mu)} \qquad (2\text{-}10)$$

où on a supposé que l'énergie élastique emmagasinée dans le réseau est beaucoup plus importante que l'énergie du coeur.

Bien que l'énergie d'une dislocation isolée dépende de la taille de l'échantillon, l'énergie d'une paire de dislocations de vecteurs de Burger égaux et opposés n'en dépend pas. Pour une paire l'énergie total s'écrit sous la forme :

$$E \underset{r \gg r_0}{=} 2E_c + \frac{b^2\mu(\lambda+\mu)}{\pi(2\lambda+\mu)}\left(\log\frac{r}{r_0} - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) \qquad (2\text{-}11)$$

où r est la distance entre les dislocations et θ l'angle entre $\vec{b}$ et $\vec{r}$.

Puisque

$$S = 2k_B \log\left(\frac{L}{r_0}\right)^2 \qquad (2\text{-}12)$$

l'énergie libre s'écrira, pour une paire,

$$F = 2E_c + \frac{b^2\mu(\lambda+\mu)}{\pi(2\lambda+\mu)}\left(\log\left(\frac{r}{r_0}\right) - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) - 4k_B T \log\frac{L}{r_0} \qquad (2\text{-}13)$$

Maintenant le terme d'entropie dépend du logarithme de la taille de l'échantillon tandis que le terme d'énergie dépend de la séparation de la paire considérée. Même à très basse température on pourra avoir des paires si la distance entre les dislocations qui la forment est assez petite, et l'énergie du coeur pas trop grande.

L'effet des paires dans le solide est de diminuer la valeur des constantes élastiques. Lorsque la température augmente, la distance moyenne entre les dislocations dans une paire augmente ainsi que le nombre de paires. A $T = T_c$ les paires se dissocient produisant une réponse plastique au cisaillement.

De cet argument on peut voir que (2.10) donne une limite supérieure à la température de fusion, bien que la relation ne soit correcte que si on remplace λ et μ par leurs valeurs à la température de fusion.
B.I. Halperin, D.R. Nelson, A.P. Young, et A. Zippelius ont développé davantage les idées de Kosterlitz et Thouless et ont montré que la transition solide-liquide a (2-D) est plus complexe que ce que nous venons de décrire. Ils décrivent leurs résultats en termes du facteur de structure (7,8)

$$S(\vec{q}) = \langle |\rho(\vec{q})|^2 \rangle \qquad (2\text{-}14)$$

et de la fonction de correlation de Debye

$$C_{\vec{G}}(\vec{R}) = \left\langle \rho_{\vec{G}}(\vec{R})\, \rho^{*}_{\vec{G}}(0) \right\rangle \qquad (2\text{-}15)$$

où

$$\rho(\vec{q}) = \sum_{\vec{R}} e^{i\vec{q}\cdot[\vec{R} + \vec{u}(\vec{R})]} \qquad (2\text{-}16)$$

et

$$\rho_{\vec{G}}(\vec{R}) = e^{-i\vec{G}\cdot[\vec{R} + \vec{u}(\vec{R})]} = e^{-i\vec{G}\cdot\vec{u}(\vec{R})} \qquad (2\text{-}17)$$

où $\vec{G}$ est un vecteur du réseau réciproque, et $\vec{R}$ un vecteur du réseau directe.

Dans leur calcul ils considèrent un solide (2-D) dans lequel les phonons coexistent sans interagir avec des paires de dislocations. Le comportement de (2.14) et (2.15) lorsqu'il existe de l'ordre à longue portée (cristal (3-D) par exemple), correspond à une série de pics très étroits à q = G pour (2.14), et une valeur constante pour $C_{\vec{G}}(\vec{R})$ lorsque R est grand. Cela correspond à une longueur caractéristique de corrélation infinie pour tout G.

A deux dimensions et pour $T < T_c$ on a :

$$S(\vec{q}) = |\vec{q} - \vec{G}|^{-2 + \eta_{\vec{G}}(T)} \qquad (2\text{-}18)$$

et

$$C_{\vec{G}}(\vec{R}) \sim R^{-\eta_{\vec{G}}(T)} \qquad (2\text{-}19)$$

où

$$\eta_{\vec{G}} = \frac{k_B T\, |\vec{G}|^2 (3\mu + \lambda)}{4\pi\, \mu\, (2\mu + \lambda)} \qquad (2\text{-}20)$$

On obtient alors que les pics en delta de Dirac sont remplacés par les singularités algébriques et que la fonction (2.15) qui nous indique la portée de la corrélation décroît en loi de puissance. L'effet des paires de dislocations est inclus dans la valeur renormalisée des constantes élastiques dans (2.20).

On verra dans le chapitre 4, que pour le solide électronique à (2-D), $\lambda \gg \mu$. On pourra alors écrire $\eta_G \approx k_B T |\vec{G}|^2 / 4\pi\mu$. La forme de la fonction (T) est montré sur la figure (2.6). Dans cette figure

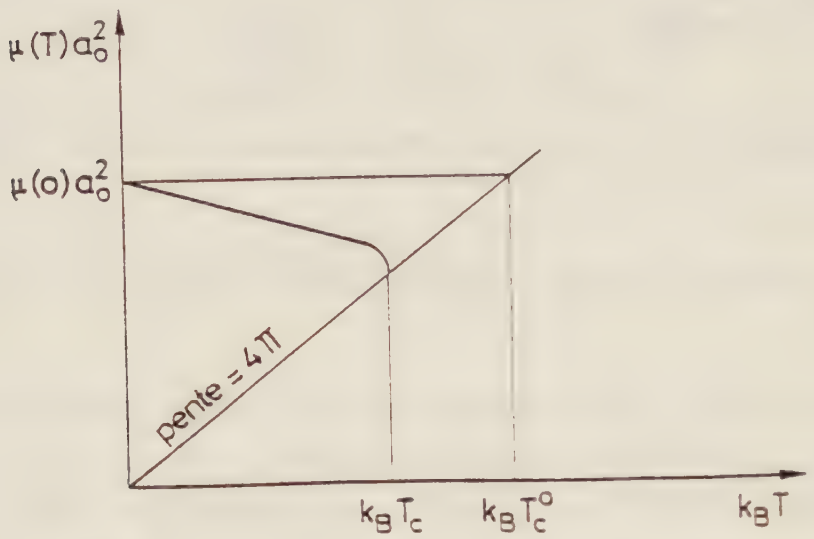


Figure 2.6.

Variation du module de cisaillement.

$\mu(0)$ est la valeur du module de cisaillement à température nulle, et a_o est le pas du réseau. Si on calcule T_c pour la valeur de $\mu = \mu(0)$ on obtiendra la valeur T_c^o sur la figure. La valeur de T_c plus correcte considère le fait que $\mu(T) < \mu(0)$ due aux paires de dislocations.

De la théorie on déduit

$$\mu(T) = \mu(T_c)\left[1 + \beta \left| \frac{T - T_c}{T_c} \right|^{\nu}\right]$$

avec $\beta = (\mu(0) - \mu(T_c))/\mu(T_c)$ et $\nu = 0{,}369$

L'ordre topologique à grande distance est caractérisé donc par une décroissance en loi de puissance de la fonction (2.15), et par l'ordre orientationnel à longue portée comme il a été mentionné au début de ce chapitre.

Pour $T > T_c$, lorsque les paires de dislocations se dissocient, on trouve qu'il est possible d'avoir une phase intermédiaire. Cette phase intermédiaire est caractérisée par la décroissance exponentielle de (2.15)

$$C_{\vec{G}}(\vec{R}) \sim e^{-R/\xi_+(T)} \qquad (2\text{-}21)$$

où

$$\xi_+(T) \sim e^{c/(T-T_c)^{\nu}}, \quad \nu = 0.369\ldots \qquad (2\text{-}22)$$

et par l'existence des particules avec un nombre différent de proches voisins que dans le réseau parfait. Par exemple, dans un réseau hexagonal on peut trouver des particules avec 8,7,5,4 proches voisins qui normalement forment des paires (8-4;7-5) qui ne détruisent pas la corrélation des orientations lorsqu'elles sont étroitement liées. Autour d'un tel défaut la symétrie d'orientation est brisée. Ces singularités sont appelées "disclinaisons". Au fur et à mesure que la température augmente la distance entre disclinaisons s'accroît et à une température T_i se produit leur dissociation qui entraîne la perte de l'ordre orientationnel. Sur la figure (2.7) on peut voir une paire 7-5. On remarque que dans la région entre les disclinaisons l'ordre orientationnel est perturbé, mais qu'on retrouve les directions de symétrie (hexagonal) lorsqu'on s'éloigne de la paire.

Revenons aux fonctions de corrélation pour l'orientation et pour $T_c < T < T_i$. Dans ce domaine de températures la présence des disclinaisons bien qu'elle ne détruise pas l'ordre orientationnel, diminue sa portée. A $T < T_c$ sa portée était infinie, alors que maintenant a $T_c < T < T_i$ on a

$$\langle \psi(\vec{R})\psi^*(0)\rangle \sim R^{-\eta_6(T)} \qquad (2\text{-}23)$$

Ici $\psi(r) = e^{6i\theta(\vec{r})}$ (7) pour un réseau hexagonal où $\theta(\vec{r})$ est l'angle que fait une liaison entre proches voisins avec une direction de référence comme il est montré dans la figure (2.8).

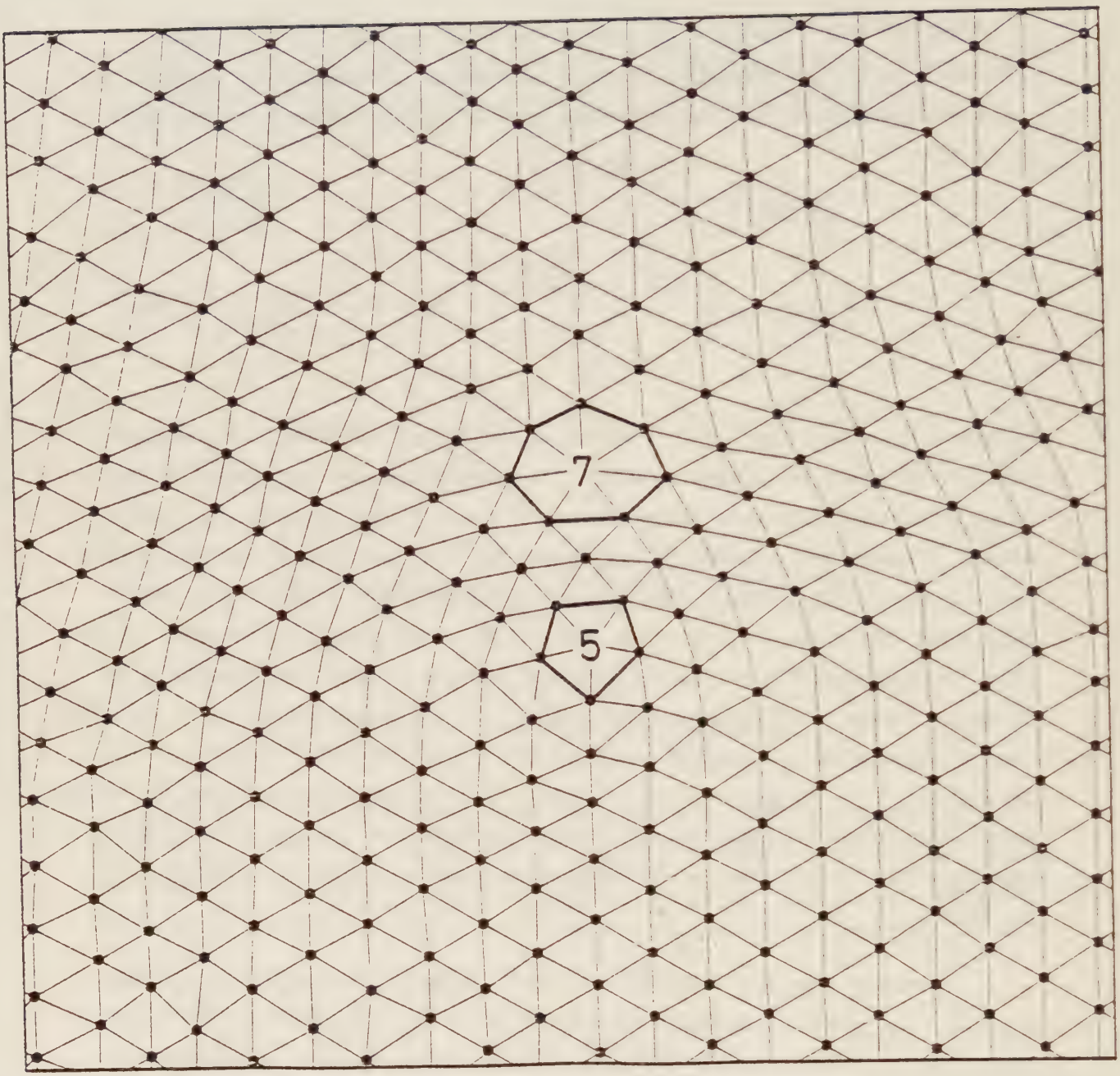


Figure 2.7.

Une paire de disclinaisons 7-5. Les orientations des liaisons sont perturbées par rapport aux directions de symétrie hexagonale dans la région entre les disclinaisons. Lorsque la distance entre les disclinaisons augmente la perturbation se fait plus importante.

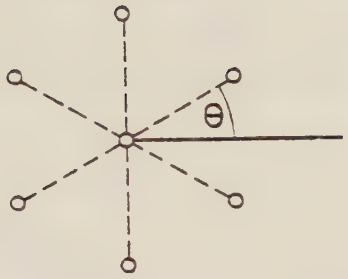


Figure 2.8.

Angle θ entre une direction de référence et une liaison.

et η_6 est donné par

$$\eta_6 = 18\, k_B T / \pi K(T) \qquad (2-24)$$

Le comportement de K(T) est montré dans la figure (2.9). Cette fonction à une discontinuité à T_i et diverge comme ξ_+^2 (voir (2.22)) lorsque $T \to T_c$

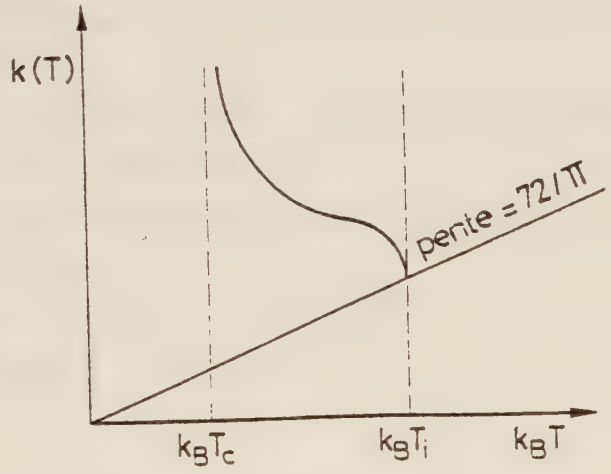


Figure 2.9.

Comportement de K(T).

Finalement regardons le comportement des fonctions de corrélation pour $T > T_i$. Dans ce cas la décroissance est exponentielle comme dans le cas d'un liquide :

$$C_{\vec{G}}(\vec{R}) \sim e^{-R/\xi_+(T)} \qquad (2.25)$$

$$\langle \psi(\vec{R})\, \psi^*(0) \rangle \sim e^{-R/\xi_\psi(T)} \qquad (2-26)$$

où $$\xi_{\psi}(T) \sim e^{b/|T-T_i|^{1/2}} \qquad (2\text{-}27)$$

et b est une constante.

Expérimentalement les résultats présentés dans cette thèse sont avec ceux de F. Gallet (9), les seules mesures de μ en fonction de la température réalisées jusqu'à présent. Nous avons trouvé un bon accord entre nos résultats et les prédictions du modèle de Kosterlitz et Thouless.

Examinons maintenant avec plus de détail le système (2-D) d'électrons sur la surface de l'^{4}He.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE II

(1) - R.E. Peierls, *Helv. Phys. Acta 7, 81 (1923) ; Ann. Inst. Henri Poincaré 5, 177 (1935)*

L.D. Landau, *Phys. Z. Sowjet. 11, 26 (1937)*

(2) - N.D. Mermin, *Phys. Rev. 176, 250 (1968)*

(3) - Y. Imry and L. Gunther, *Phys. Rev. B 3, 3939 (1971)*

(4) - J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys. C 6, 1181 (1973)*

(5) - L. Landau et E. Lifchtiz "Théorie de l'élasticité" *ed. MIR 1967 Chap. 1 et 4*

(6) - J. Friedel, "Dislocations" *Pergamon Press. 1964*

(7) - D.R. Nelson and B.I. Halperin., *Phys. Rev. B, 19, 2457 (1979)*

(8) - A. Zippelius, B.I. Halperin, and D.R. Nelson, *Phys. Rev. B, 22 2514 (1980)*

Réf générales chap.II

J.M. Ziman "Models of disorder" *Cambridge University Press 1979 Chapts 2-4*

R.E. Peierls "Surprises in Theoretical Physics" *Princeton University Press (1979) Chap 1 et 4*

Nabarro Ed. Dislocations in Solids, Vol I, *North Holland publishing Company 1979*

(9) - F. Gallet, Thèse 3ème cycle. *Université de Paris VI 1980*

voir aussi, F. Gallet et al, *Phys. Rev. Lett. 49, p. 212, 1982*

CHAPITRE III

LE SYSTEME BIDIMENSIONNEL D'ELECTRONS SUR LA SURFACE DE L'He^4

1. LE SYSTEME BIDIMENSIONNEL D'ELECTRONS SUR LA SURFACE DE l'He^4.

Dans ce chapitre nous traiterons des caractéristiques spécifiques des électrons adsorbés sur la surface de l'hélium liquide. Nous allons tout d'abord examiner la raison pour laquelle l'adsorption est possible, c'est-à-dire l'origine des états de surface. Par la suite on regardera la stabilité de la surface et la limite de la charge qu'on peut y déposer.

On considérera ensuite des oscillations de la densité de charge, phénomène collectif analogue aux plasmons à trois dimensions*. Finalement on examinera la mobilité et la température du système électronique. Les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature seront cités brièvement.

3.1. Etats de surface (1,2)

L'origine des états de surface se trouve fondamentalement dans le fait que l'He^4 est un isolant. En effet, lorsqu'on approche un électron de l'interface He^4-vide** celui-ci sera attiré vers la surface par une force due à la polarisation de l'He^4 qu'on peut décrire par le potentiel $\phi(z)$ d'interaction avec sa charge image :

$$\phi(z) = -\frac{e^2(\epsilon-1)}{4(\epsilon+1)}\frac{1}{z} = -\frac{\Omega e^2}{z} \qquad (3\text{-}1)$$

Alors l'électron approche la surface jusqu'à trouver l'équilibre entre cette attraction et la répulsion due au fait que dans le diélectrique l'énergie d'un électron est d'environ 1 eV au-dessus de celle dans le vide. La relation (3.1) est donc valable pour $z > b$ où b est de l'ordre d'une distance interatomique.

---

*On se limitera dans ce chapitre aux phénomènes collectifs dans le liquide.

** Il faudrait dire plus exactement He^4-vapeur puisque l'He^4 est en équilibre avec sa vapeur. La vapeur joue un rôle important dans la détermination de la mobilité (voir 3-4) et dans la méthode de charge de la surface par création de charge d'espace (voir Chap.8). Dans ce qui nous concerne on prendra pour la constante diélectrique ε(vapeur) $\simeq \varepsilon$(vide) = 1.

Dans la figure (3.1) il est montré le schéma énergétique correspondant

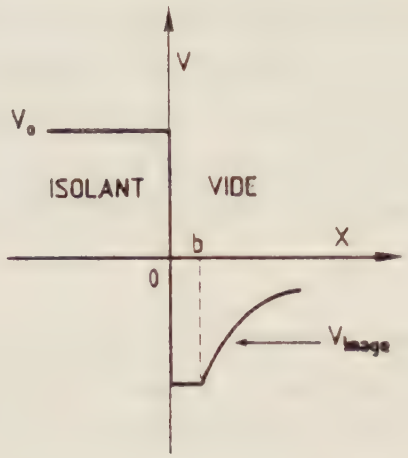


Figure 3.1.

Schéma énergétique pour un électron près de la surface de l'He^4.

Dans le puits de potentiel unidimensionnel ainsi formé on aura des états stationnaires qu'on peut estimer de façon simple. D'après le théorème du viriel[3] on a $2p^2/2m = Qe^2/z$ et z peut être estimé à partir de la relation d'incertitude $pz \sim \hbar$. L'énergie de liaison doit être alors de l'ordre de $-p^2/2m$ soit $E_\ell = -mQ^2e^4/2\hbar^2$. Puisque $\varepsilon = 1.0572$ pour l'He^4, on trouve que $E_\ell \sim 10^{-15}$ erg et $z \sim 76$ Å. Lorsque l'on considère d'autres types de diélectriques plus polarisables, $z \propto 1/\varepsilon-1$ diminue et l'électron se trouvera plus près de l'interface. Dans le cas de l'He^4 le potentiel (3.1) est une bonne approximation (on considère que la surface est lisse) car la distance z est beaucoup plus grande que la distance entre atomes d'He^4.

En ce qui concerne le mouvement de l'électron dans le plan on peut considérer que si la surface est parfaitement plane, ce sera celui d'une particule libre. Dans ces conditions, l'équation de Schrödinger est à variables séparables donnant pour la coordonée z une équation équivalente à celle de l'atome d'hydrogène. Les valeurs propres de l'énergie sont données alors par

$$E_\ell = -\frac{Q^2 m e^4}{2\hbar^2 \ell^2} \quad , \quad \ell = 1,2,3,\ldots \qquad (3-2)$$

et les valeurs moyennes de la distance dans les trois premiers états sont

$$\langle z \rangle_1 = 114 \text{ Å}$$

$$\langle z \rangle_2 = 456 \text{ Å}$$

$$\langle z \rangle_3 = 1026 \text{ Å}$$

D'après (3.2) il est clair qu'aux températures inférieures au degré Kelvin, seulement le niveau fondamental est peuplé ($E_2 - E_1 \sim 10K$).

L'application d'un champ électrique qui pousse les électrons contre la surface modifie ces niveaux d'énergie (4). Un schéma énergétique est montré dans la figure (3.2)

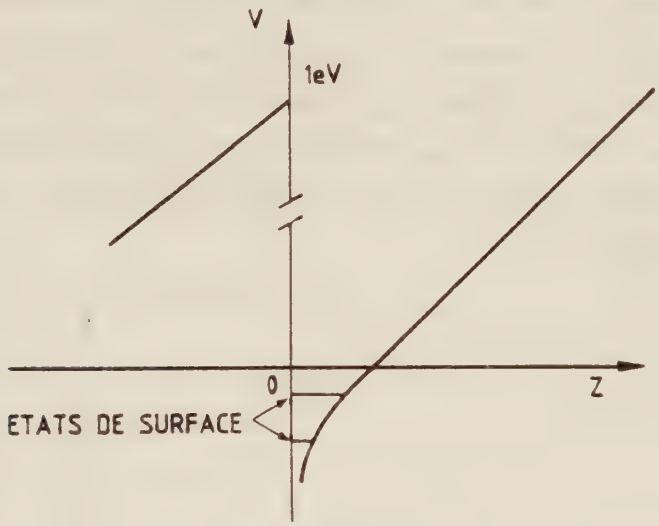


Figure 3.2.

Schéma énergétique pour un électron à l'interface He^4-vide dans un potentiel dû à un champ électrique appliqué perpendiculairement à la surface.

La figure (3.3) montre très schématiquement la cellule expérimentale couramment utilisée dans ce type d'expériences : une boîte étanche avec deux électrodes planes entre lesquelles se trouve l'interface He^4-vide. Un champ électrique perpendiculaire ($E_\perp$) pousse les électrons contre la surface. La structure complète de notre cellule expérimentale sera traitée dans le chapitre six.

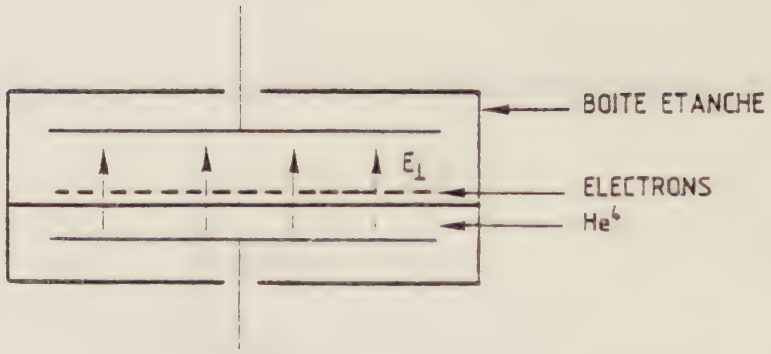


Figure 3.3.

Vue schématique d'un dispositif expérimental type pour les électrons sur l'He^4.

La possibilité de modifier les niveaux d'énergie dans le puits avec le champ perpendiculaire, a été utilisée par Grimes et al (5) pour induire des transitions entre les différents états par l'application d'une micro-onde à fréquence fixe pendant que $E_\perp$ varie de façon monotone. Le résultat de cette mesure est montré dans la figure (3.4). Dans cette expérience c'est la dérivée de la puissance absorbée qui est mesurée en fonction de la différence de potentiel entre les plaques du condensateur. Cette forme de raie est caractéristique dans la détection de phase des signaux modulés.

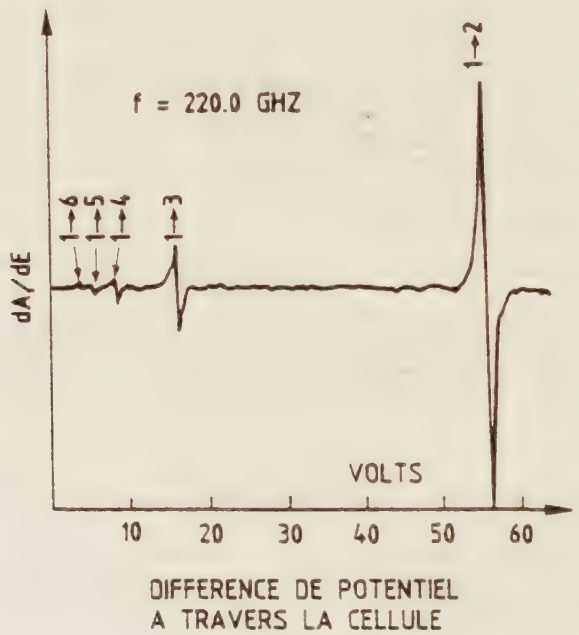


Figure 3.4.

Dérivée de la puissance absorbée en fonction de la différence de potentiel qui pousse les électrons contre la surface.

Les résultats de ces expériences montrent l'existence des états de surface en bon accord avec le modèle où les états donnés par l'équation (3.2) sont faiblement perturbés par un champ électrique extérieur (effet Stark) (13).

Une deuxième expérience qui vérifie la nature (2-D) des états a été réalisée par Brown et Grimes (10) ; il s'agissait d'étudier la fréquence cyclotron dans un champ magnétique $\underline{B}$ qui fait un angle θ avec la verticale à la surface. Pour la détection ils utilisent un champ parallèle à la surface produit par une micro-onde à fréquence fixe. Initialement les fréquences sont accordées de façon à avoir une résonance pour une valeur de $\theta = 0$. Ensuite le champ est incliné d'un angle θ de façon que la composante vue par les électrons soit $B \cos \theta$ (cela si les électrons sont (2-D)). Pour retrouver alors la résonance il faut augmenter le champ magnétique à la valeur $B' = B/\cos \theta$.

En conséquence si les états sont (2-D) on doit avoir une relation linéaire entre la position du pic en champ, et $1/\cos \theta$. Leurs résultats sont montrés dans les figures (3.5) et (3.6) :

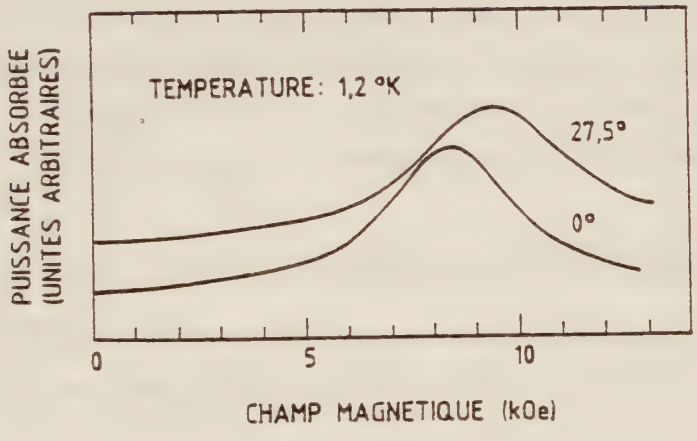


Figure 3.5.

Exemple typique des raies d'absorption pour les états de surface sur l'hélium liquide pour un champ à $\theta = 0$ et un autre à $\theta = 27,5°$.

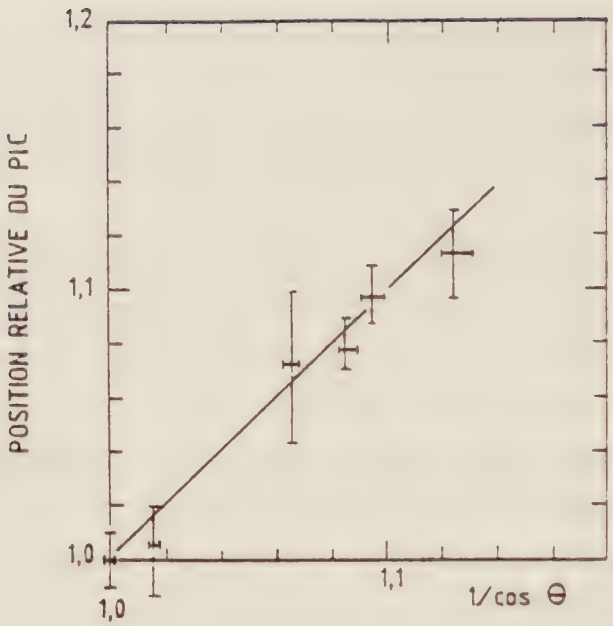


Figure 3.6.

Déplacement relatif, en champ, en fonction de 1/cos θ. La ligne droite correspond au comportement attendu pour un électron dans un état purement (2-D).

Ces résultats confirment bien la nature (2-D) des états des électrons à la surface. Nous allons examiner maintenant un aspect très important du point de vue expérimental : la stabilité de la surface, qui détermine la charge limite qu'on peut y déposer.

3.2. Stabilité de la couche électronique (8,11)

Il est facile de comprendre qu'il existe une limite supérieure à la densité d'électrons qu'on peut déposer à la surface de l'^{4}He.

Lorsque due à une perturbation la surface s'écarte de sa position d'équilibre $z(\vec{r}) = 0$, la pression d'origine gravitationnelle $P(\vec{r})$ et celle d'origine capillaire $P^c(\vec{r})$, tendent à stabiliser la surface tandis que la pression électrique tend à la destabiliser.

La destabilisation opère par deux voies. Premièrement par l'apparition des forces de répulsion dans la direction $\hat{z}$ due aux autres charges dans la couche et deuxièmement par des inhomogénéités dans la distribution de charges de surface qui poussées par le champ électrique perpendiculaire

créent des inhomogénéités dans la pression électrique. La première composante agit toujours tandis que la deuxième diminue lorsque la mobilité diminue. Cela est le cas en présence d'un fort champ magnétique perpendiculaire à la surface (8).

Pour trouver la condition pour la stabilité on décomposera les différentes pressions dans ses composantes harmoniques

$$P^g(\vec{r}) = \rho g z(\vec{r}) = \sum \rho g z_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \qquad (3\text{-}3)$$

$$P^c(\vec{r}) = -\alpha \nabla^2 z(\vec{r}) = \sum \alpha k^2 z_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \qquad (3\text{-}4)$$

et (8) $$P^e(\vec{r}) = -\sum \frac{z_k}{4\pi} \left(E_h^2 \coth kh + E_d^2 \coth kd \right) k \, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \qquad (3\text{-}5)$$

Ici d et h sont les distances entre la surface et les armatures inférieure et supérieure respectivement, E_h et E_d sont les champs au-dessus et au-dessous de la surface respectivement et α est la tension superficielle.

L'instabilité apparaît lorsque $P^g+P^c+P^e = 0$ ce qui arrive d'abord pour

$$k_c = \left(\frac{\rho g}{\alpha}\right)^{1/2} = \frac{1}{\ell_c} \qquad \text{si } h \text{ et } d > \ell_c \qquad (3\text{-}6)$$

où ℓ_c est la longueur capillaire pour l'^{4}He, $\ell_c \sim 0{,}5$ mm pour $T \lesssim 1$K. La densité critique est alors

$$n_c = \left(\frac{\alpha}{2\pi e^2 \ell_c}\right)^{1/2} \qquad (3\text{-}7)$$

$$= 2.26 \times 10^9 \ \text{cm}^{-2}$$

Cette valeur reste correcte tant que $d \gg \ell_c$. Si par contre $d \ll \ell_c$, $P^e_k = -4\pi n^2 e^2/d$ a une contribution non nulle à $k = 0$. L'instabilité apparaît alors lorsque $P^{e\ell}_{k=0} + P^g_{k=0} = 0$ soit $4\pi e^2 n_c^2 = \rho g d$. Pour $d \sim 0{,}05$ mm on a $n_c \sim 5 \times 10^8 \text{cm}^{-2}$.

Dans la figure (3.7) on montre la variation théorique de la pression totale sur la surface en fonction de k.

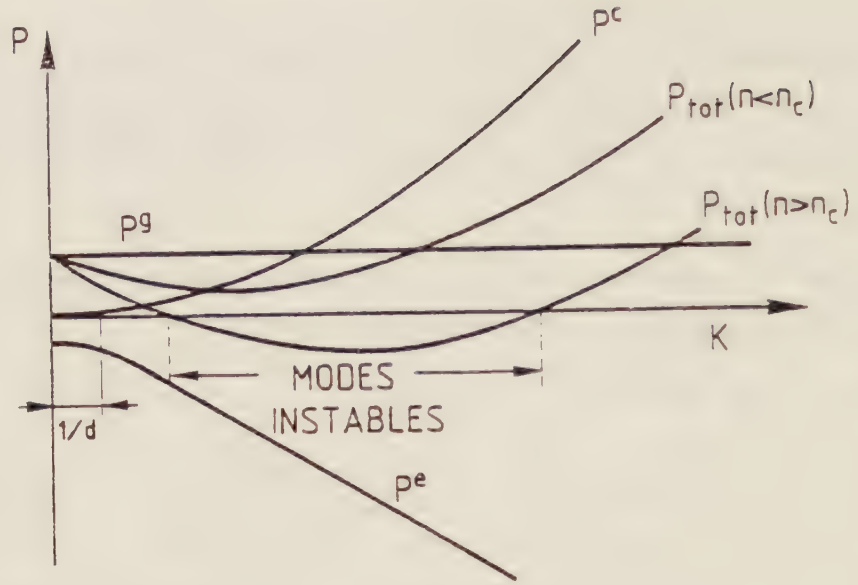


Figure 3.7.

Variation de la pression totale en fonction de k pour $n > n_c$ *et* $n < n_c$.

Dans la figure (3.8) on montre les résultats expérimentaux de F. Gallet pour la densité critique (référence 11).

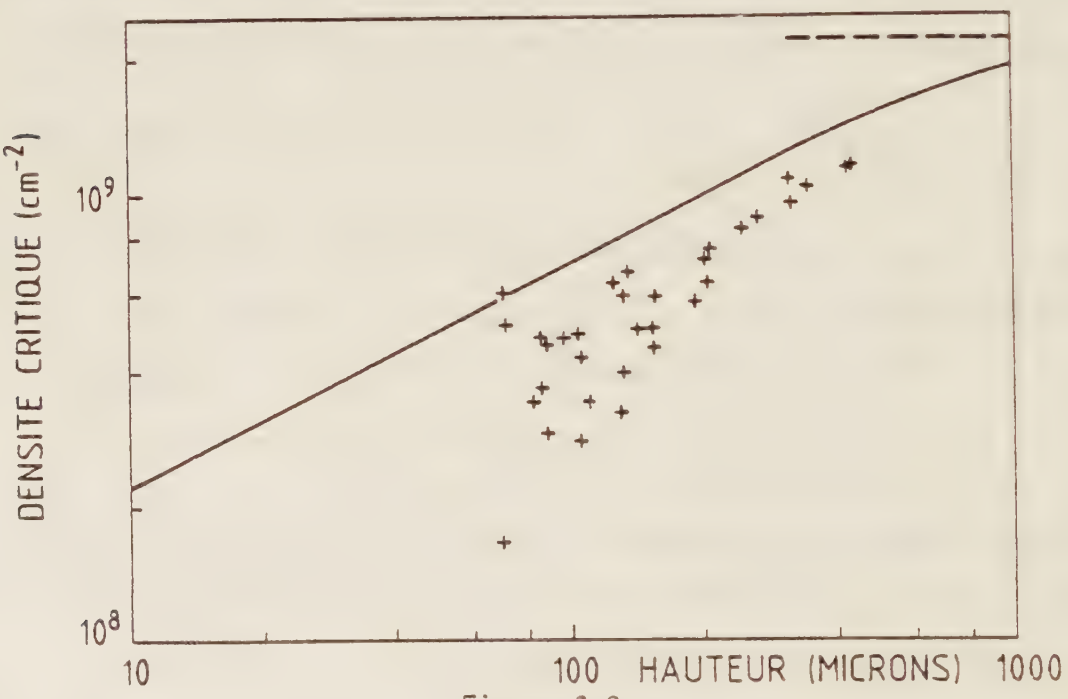


Figure 3.8.

Variations théoriques et expérimentales de la densité de particules chargées en fonction de la hauteur.
En pointillé : limite asymptotique de n_c *quand* $h \to \infty$.

3.3. Excitations dans la phase fluide

Examinons maintenant les excitations qu'on peut avoir dans ce système (2-D). Nous avons mentionné que aux densités et températures de notre expérience notre système est classique dans le sens que l'énergie thermique des électrons est plus élevée que l'énergie du niveau de Fermi.

Dans ces conditions le paramètre sans dimension

$$\Gamma = \frac{e^2(\pi n)^{1/2}}{k_B T} \qquad (3\text{-}8)$$

qui représente le rapport de l'énergie potentielle caractéristique ($V_c = e^2/r = e^2(\pi n)^{1/2}$) et de l'énergie cinétique thermique d'une charge $k_B T$ doit caractériser les propriétés physiques de ce système.

Nous nous attendons à ce que les principales propriétés s'échellent comme Γ, en particulier, qu'il existe une valeur Γ_c qui caractérise le passage d'une phase fluide à une phase solide.

En plus des excitations des électrons individuelles on peut avoir, comme à trois dimensions, des excitations collectives qui correspondent à des oscillations harmoniques de la densité de charge ; la fréquence d'oscillation est la fréquence de plasma qui à trois dimensions est donné par

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$$

A (3-D) et pour un gaz d'électrons aux densités métalliques typiques $n \sim 10^{23} cm^{-3}$, $\omega_p \sim 2 \times 10^{16}$ rad s^{-1} et $\hbar\omega_p \sim 15$ eV. Cette énergie est très grande. Elle correspond à $\sim 10^4$ fois l'énergie d'une excitation individuelle à la surface de Fermi et à 10^5K. Il n'est pas question donc d'exciter ces modes thermiquement. Qualitativement, la forme de la relation de dispersion des plasmons à (3-D) correspond à l'oscillation de plans infinis de charge où la force électrique ne dépend pas de la distance entre plans.

A (2-D) la relation de dispersion devient (17)

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi n e^2}{m} k \qquad (3\text{-}9)$$

Cette fois-ci cette relation de dispersion peut être assimilée à l'oscillation de lignes de charge qui interagissent avec une force inversement proportionnelle à la distance. Pour les densités expérimentales typiques $n \sim 5 \times 10^8 cm^{-2}$ on a $\omega_p \sim 9 \times 10^8 k^{1/2}$ rad s^{-1} soit $\hbar\omega_p \sim 5 \times 10^{-6}$ eV pour $k \sim 30\ cm^{-1}$ (valeur typique des modes excités électriquement comme on verra après), qui est sept ordres de grandeur plus petite que dans le cas (3-D). Ces modes peuvent être excités thermiquement contribuant donc à la chaleur spécifique de ce gaz.

La relation de dispersion (3.8) correspond au cas où les électrons sont écrantés par une plaque à l'infini. La situation expérimentale correspond au cas où l'on impose des potentiels fixes sur les armatures du condensateur. La relation de dispersion est alors modifiée suivant (18)

$$\omega_p^2(k) = \frac{4\pi n e^2}{m} \frac{k}{\coth kd + \coth kh} \qquad (3\text{-}10)$$

qui dans la limite $kd, kh \ll 1$ devient

$$\omega_p^2(k) = \frac{4\pi n e^2}{m} \frac{dh}{d+h} k^2 \qquad (3\text{-}11)$$

Cela est plus satisfaisant puisqu'en l'absence des conditions aux limites l'interaction coulombienne en 1/r faisait diverger la vitesse de phase et de groupe quand $k \to 0$. En revanche l'image électrique induite par la présence des armatures, transforme à longue distance l'interaction monopole-monopole en interaction monopole-dipole de décroissance plus rapide.

La relation de dispersion pour les plasmons (2-D) a été confirmée expérimentallement par Grimes et Adams[12] par l'excitation d'ondes stationnaires dans une boîte métallique rectangulaire dont les parois sont isoléesentre elles pour permettre l'application d'une différence de potentiel. La propagation de plasmons suivant les deux directions perpendiculaires aux faces de la boîte peut être décrite par la relation (3.10).

où

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

avec $k_x = \pi m / W$, $k_y = \pi n / L$

(Le volume de la boîte est $W \times L \times (d+h)cm^3$). Les différents modes de résonance sont identifiés donc par les deux entiers (m,n).

Dans la figure (3.9) est montré un spectre de la dérivée de la puissance absorbée en fonction de la fréquence.

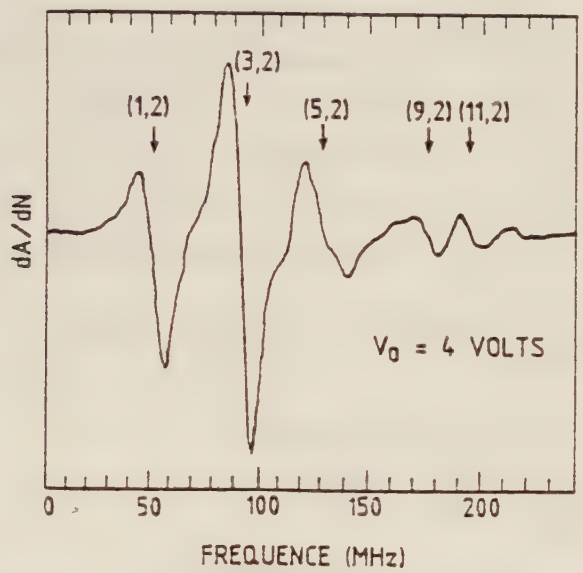


Figure 3.9.

Modes de plasmons d'après ref (12).

3.4. Temps de vie des excitations

Il est trouvé théoriquement, et confirmé par l'expérience, que le temps de vie des excitations est limité pour $T \gtrsim 0{,}8K$ par les collisions avec les atomes du gaz et à $T \lesssim 0{,}8K$ par les collisions avec les excitations de surface de l'He^4 (ripplons).

Shikin et Monarkha[13] puis Platzman et Beni[17] ont calculé le temps de collision avec les ripplons. Ils considèrent que l'interaction avec les ripplons est donné par

$$H_{int} = \sum_i \left(e E_\perp z(\vec{r}_i) + h_{pol}(\vec{r}_i) \right) \qquad (3\text{-}12)$$

où $\vec{r}_i$ est le vecteur (2-D) pour la position de l'électron i, $z(\vec{r}_i)$ l'écartement de la surface de sa position d'équilibre z = 0 au point $\vec{r}_i$, et h_{pol} est la partie de l'interaction due au potentiel de polarisation,

$$h_{pol} = \sum_k Z_k \frac{1}{\beta} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} e^2 k^2 \log\left(\frac{\beta}{k}\right) e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}_i} \qquad (3\text{-}13)$$

Dans cette relation β^{-1} est une longueur de l'ordre de la distance entre l'électron et la surface, et on peut remarquer que pour les composantes de grande longueur d'onde , h_{pol} s'annule. Cela correspond au fait que l'électron "voit" une surface plane.

L'interaction couple le mouvement vertical de la surface au déplacement hozirontal des charges. L'hypothèse de calcul est que le mouvement des électrons est celui des électrons libres qui subissent des collisions quasi-élastiques avec les modes de ripplons. Le résultat pour l'inverse du temps de collision et pour les hautes fréquences est[14]

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{4\alpha\hbar}\left[(eE_\perp)^2 + 2\gamma_1 E_\perp + \gamma_2^2 \right]$$

que peut s'écrire de façon approchée comme

$$\frac{1}{\tau} \simeq \frac{e^2}{4\alpha\hbar} (E_\perp + E_o)^2 \qquad (3\text{-}14)$$

ici α est la tension superficielle de l'He^4, et E_o est une conséquence du terme de polarisation. Cette relation est en accord avec les résultats expérimentaux de Grimes et Adams[12] où le temps de collision est déterminé d'après la largeur de la raie de plasmon (expérience décrite dans 3.3). Ils définissent le coefficient d'amortissement du mode de la façon suivante

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi n e^2}{m} k \left(1 + \frac{i}{\omega_p \tau}\right) \qquad (3\text{-}15)$$

valable dans la limite $\omega_p \tau \gg 1$ et le relient à la mobilité par la relation $\mu = e\tau/m$.

Dans la figure (3.10) sont montrés leurs résultats exprimés en termes de mobilité.

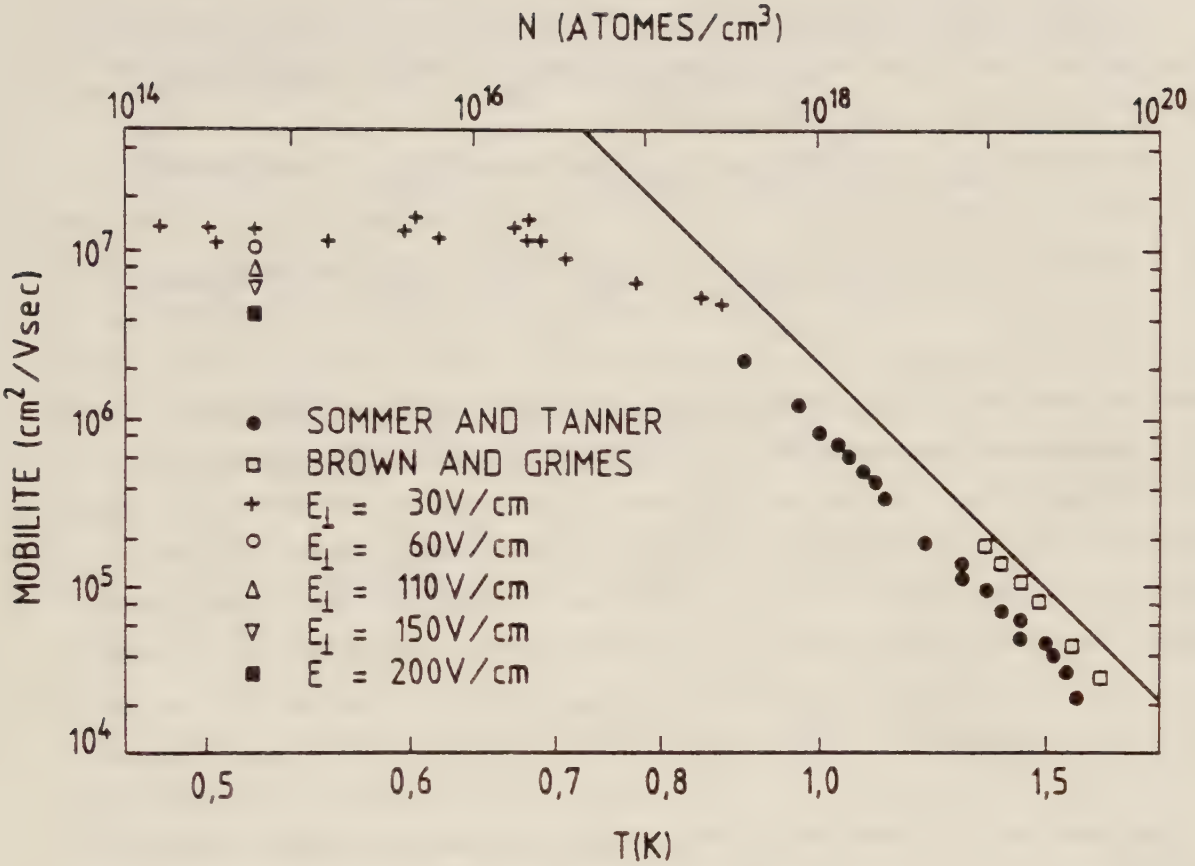


Figure 3.10.

Résultats des mesures de la mobilité des plasmons pour différents champs pressants $E_\perp$ *(ref 12).*

Sur cette figure sont montrés ainsi des résultats précédents obtenus par Sommer et Tanner, et par Brown et Grimes.

On observe deux régimes pour la mobilité. A haute température ($T > 0,8K$) la mobilité est limitée par les collisions avec les atomes de la vapeur. Elle est inversement proportionnelle à la densité d'atomes de gaz (n_G) [15] qui varie avec la température de la façon suivante :

$$n_G = (MT/2\pi\hbar^2)^{3/2}\, e^{-Q/T}$$

où Q est l'énergie de vaporisation, et M la masse d'un atome d'He^4. On a alors

$$\mu \propto e^{Q/T}\, T^{-3/2}$$

une fonction rapidement décroissante de la température.

A basses températures (T < 0,8) où la mobilité est limitée par les collisions par les ripplons, elle est indépendante de la température et donné par la relation empirique suivante

$$\mu = C/(E_\perp + E_o)^2 \quad cm^2/V.s \qquad (3\text{-}16)$$

avec

$$C = 9.3 \cdot 10^{11} \ V/s \quad et \quad E_o = 230 \ V/cm.$$

On observe que dans le deuxième régime, la mobilité est indépendante de la température, comportement du aux particularités des courbes de dispersion des électrons et des ripplons. En effet, la section efficace de collision est proportionnelle à $\langle H^2_{int} \rangle$ donc à $\langle z^2 \rangle$. Pour un mode k et dans la limite classique on peut utiliser l'équipartition de l'énergie pour calculer la dépendance en température de l'amplitude de ce mode. On a :

$$\frac{1}{2} \propto k^2 \langle z_k^2 \rangle \sim k_o T$$

Les vecteurs d'onde mis en jeu ici sont du même ordre que ceux des électrons (la collision est quasi-élastique) c'est-à-dire $k \sim k_T$ avec $\hbar^2 k_T^2/2m \sim k_B T$. Alors $k^2 \sim T$ d'où l'indépendance de z^2 avec la température.

3.5. Température du système électronique

Dans nos expériences on regarde des propriétés dynamiques du système électronique en excitant les modes avec l'aide d'un champ électromagnétique et en détectant l'absorption résultante. Les propriétés dynamiques qu'on observe dépendent de la température de la couche électronique qui est thermalisée par l'He^4 liquide via les collisions avec les ripplons et les atomes du gaz. Il est important donc pour interpréter nos résultats, de connaître la température effective du gaz (ou solide) à deux dimensions ou, alternativement, les conditions expérimentales qui assurent la thermalisation à la température de l'He^4.

Dans la gamme de champs et températures qui nous intéresse ($E_\perp \gtrsim 200$ V/cm et $T \lesssim 1$ K) ce problème a été analysé en détail par

Saitoh [15] qui a considéré des électrons libres interagissant avec les ripplons et les atomes du gaz. Nous ferons ici quelques commentaires qualitatifs pour montrer qu'il est possible d'avoir une température électronique différente de celle du substrat (He^4).

Premièrement on peut remarquer que les masses des particules en jeu sont très différentes, la masse effective des ripplons étant très supérieure à la masse de l'électron. Cela implique que les collisions seront quasi-élastiques avec $q_{max} \sim 2P/\hbar$ où q_{max} est le vecteur d'onde maximal pour un ripplon émis ou absorbé et P est l'impulsion d'un électron. Les échanges d'énergie qui peuvent s'opérer par ces processus sont très petits. Cela vient de la conservation de l'énergie écrite sous la forme

$$\frac{\Delta P}{P} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 \mp \frac{m\hbar\omega_q}{P^2} = 0$$

où ΔP est le changement dans la valeur absolue de l'impulsion. Pour les processus quasi-élastiques $\Delta P/P \ll 1$ et $\hbar\omega_q \ll \frac{P^2}{m}$. Deuxièmement, le transfert d'énergie dépend de la fréquence de la collision ν. Celle-ci est inversement proportionnelle à l'énergie électronique, $\nu(P) \propto 1/\varepsilon(P)$ et par conséquent les électrons plus énergétiques("chauds") auront plus de mal à transférer leur énergie vers le substrat. La fréquence de collision peut être augmentée en imposant un couplage plus fort puisque $\nu(P)$ est, en gros, proportionnel en carré du champ pressant $E_\perp$.

Dans la référence (15) il est défini un champ longitudinal caractéristique E_x^o qui est le champ à partir duquel se manifestent les effets non-linéaires, et une température effective du système électronique Te. Ces grandeurs sont reliées au champ excitateur E_x longitudinal qu'on applique par

$$T_e(E_x) = T\left(1 + (E_x/E_x^o)^2\right) \qquad (3\text{-}17)$$

Sur la figure (3.11) est montrée la variation de E_x^o avec la température, où on peut observer le comportement très différent des régions où les collisions sont dominées par les atomes du gaz ($T > 0{,}6K$) et des ripplons ($T < 0{,}6K$).

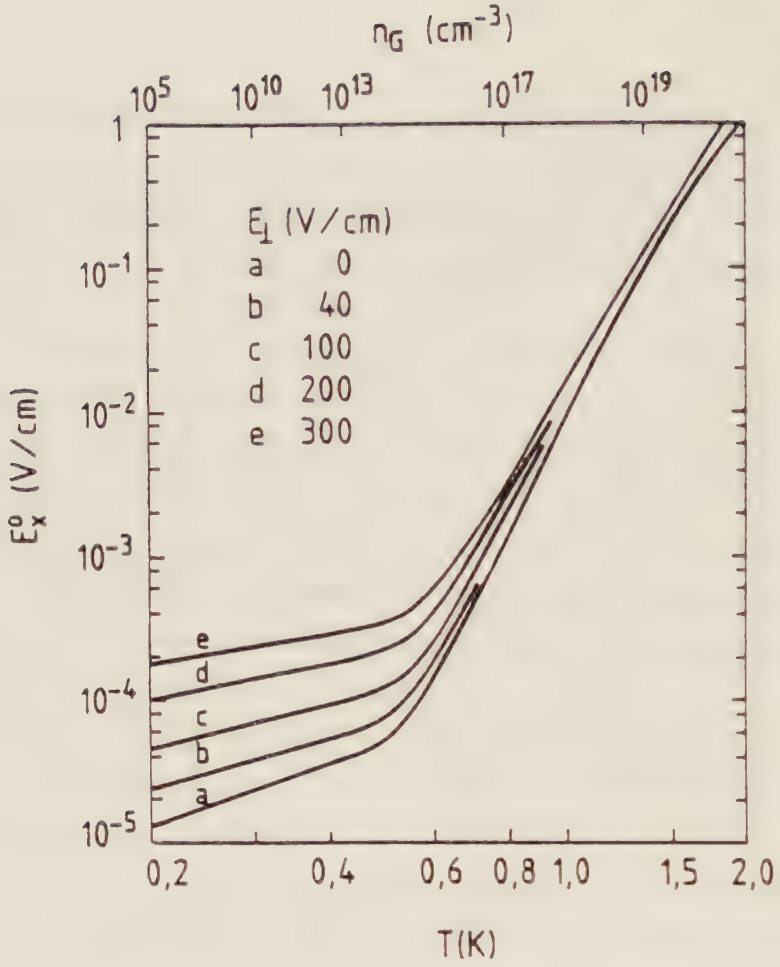


Figure 3.11.

Champ critique E_x^o en fonction de T

Dans la même figure on observe aussi que la valeur de E_x^o (à T fixe) augmente lorsque le couplage augmente correspondant à une meilleure thermalisation.

Dans la figure (3.12) on montre le comportement de E_x^o en fonction de $E_\perp$. Pour T > 0,5K on voit que la variation de $E_\perp$ n'a pas beaucoup d'effet sur E_x^o parce que les collisions sont dominées par les atomes du gaz. Pour T = 0,5K l'effet de la variation du couplage se fait sentir.

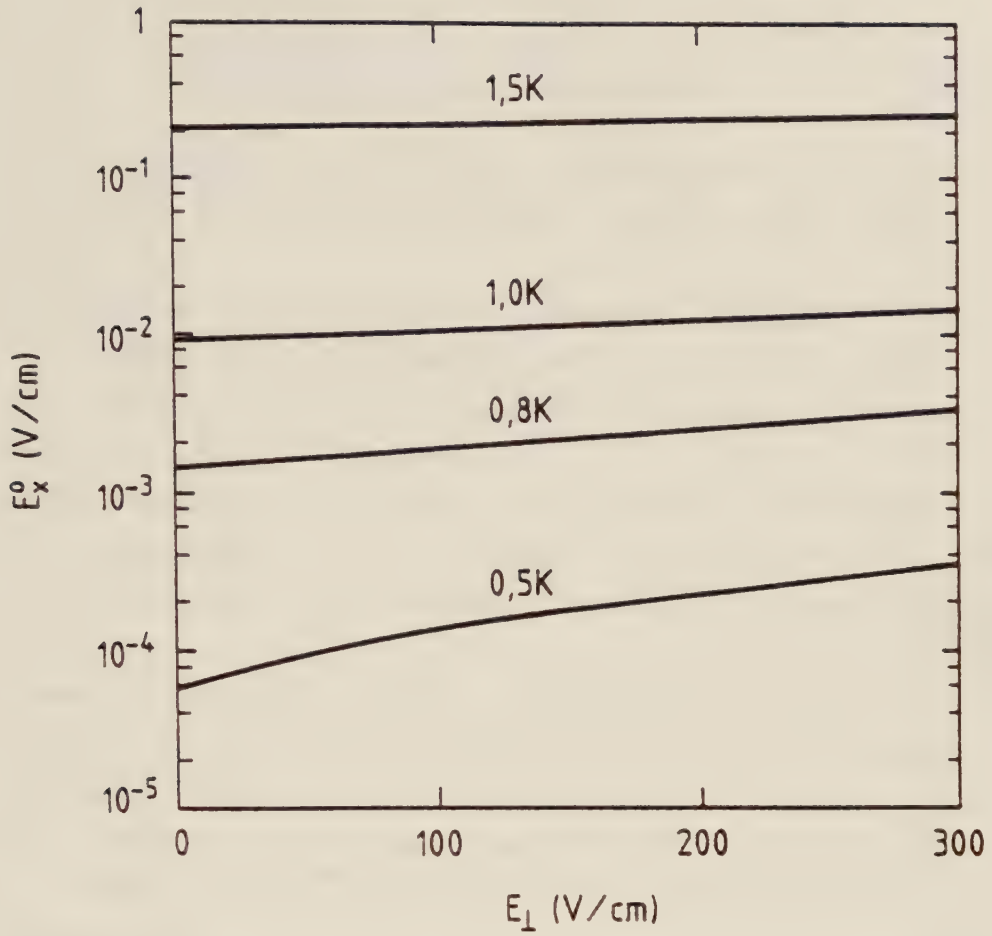


Figure 3.12.

Variation du champ critique E_x^o en fonction du champ pressant.

On peut avancer ici que nous avons pu constater les effets de surchauffe lors de l'observation du solide électronique. Ces effets deviennent très importants à basse température par les raisons expliquées dans ce paragraphe. Pour les éviter on doit alors travailler à une puissance très basse ($\sim 10^{-11}$W). A plus haute température on peut augmenter la puissance d'un ordre de grandeur.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE III

(1) - Milton W. Cole, *Phys. Rev. B* 2, *p. 4239 (1970)*

(2) - Article de revue par V.S. Edel'man, *Sov. Phys. Usp.* 23 *(4), p. 227 (1980)*

(3) - L.D. Landau and E.M. Lifshitz "Mechanics" *Pergamon* $3^{ème}$ *éd.*

(4) - V.B. Shikin and Yu P. Monarkha, *JETP* 38 *(2) p. 373 (1974)*

(5) - C.C. Grimes, T.R. Brown, Michael L. Burns, and C.L. Zipfel *Phys. Rev. B* 13 *(1) p. 140 (1976)*

(6) - A.P. Volodin and V.S. Edelman, *JETP Lett* 30 *p. 633 (1979)*

(7) - D.M. Chernikova, *Sov. J. Low Temp. Phys.*, 2 *(11) p. 669 (1976)*

(8) - V.B. Shikin and F.I.B. Williams, *Journal of Low Temp. Phys.* 43 *(1/2) (1981)*

(9) - Course of Theoretical Physics, (Landau at Lifshitz), *Vol 9, Statistical Physics Part 2.* E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii *Pergamon (1980) Chap. I.*

(10) - T.R. Brown and C.C. Grimes, *Phys. Rev. Lett.* 29 *(10) p. 1233, (1976)*

(11) - F. Gallet, *Thèse* $3^{ème}$ *Cycle, Université Paris 6, Novembre 1980, Chap 2 p. 41*

(12) - C.C. Grimes and Gregory Adams, *Phys. Rev. Lett.* 36 *(3) p. 145, (1976)*

(13) - V.B. Shikin and Yu Monarkha, *J. Low Temp. Phys.* 16, *p. 193 (1974)*

(14) - P.M. Platzman and J. Beni, *Phys. Rev. Lett.* 36, *626 (1976)*

(15) - Motohiko Saitoh, *J. Phys. Soc. Japan* 42 *(1) p. 201 (1977) et J. Phys. Soc. Japan* 44 *(1) p. 71 (1978)*

(16) - F.I.B. Williams, V.B. Shikin
Dans cet article il est étudié aussi la stabilité en présence d'un champ magnétique

(17) - Alexander L. Fetter, *Phys. Rev.* B10, *3739 (1974)*

(18) - A.V. Chaplik, *JETP* 35, *395 (1972)*

CHAPITRE IV

LE CRISTAL ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS

1. LE CRISTAL ELECTRONIQUE A DEUX DIMENSIONS

Dans ce chapitre nous avons groupé différents aspects qui concernent la phase solide.

Dans la section 4.1 nous décrivons le spectre des excitations du solide électronique sur un *substrat rigide*. Dans la section (4.2), nous examinons l'effet du substrat déformable pour aborder dans la section 4.3 le couplage phonon-ripplon. Ici différents cas simples seront abordés pour aboutir au couplage en présence d'un champ magnétique ce qui correspond à la situation expérimentale. La section (4.4) présente la ligne excitatrice. Dans la section 4.5 la susceptibilité liée à la puissance absorbée est calculée. Ce chapitre se termine par une présentation du spectromètre utilisé (section 4.6).

Faisons d'abord quelques considérations générales sur cette phase solide.

A (3-D) la possibilité des électrons de cristalliser en présence d'un milieu compensateur de charge positive a été signalée par Wigner en 1934 (1).

A (2-D) on peut examiner la possibilité d'avoir une cristallisation par la considération du rapport entre les énergies thermique ($\approx k_B T$), électrostatique ($V_c \simeq e^2(\pi n)^{1/2}$) et de point zéro ($V_o \approx \hbar^2 n/m$). Qualitativement on peut voir que si l'énergie cinétique V_K est telle que $V_K > V_c$ les corrélations entre les positions des électrons seront détruites par l'agitation thermique et du point zéro tandis que pour $V_c > V_k$ il est possible que la corrélation produite par la répulsion coulombienne l'emporte en produisant un certain ordre. Toutefois il faut que la densité ne soit pas trop élevée puisque dans ce cas il peut arriver, même à $T = 0$, que $V_o > V_c$ en donnant une fusion par des effets purement quantiques.

Dans le chapitre 3 section 3 nous avons défini le paramètre Γ dans la région où $V_o \ll k_B T$ qui correspond à la limite de faibles densités. Si Γ_m est la valeur de Γ à la frontière entre la phase liquide

et la phase solide on pourra écrire

$$n = \frac{1}{\pi}\left[\frac{k_0 \Gamma_m}{e^2}\right]^2 T^2 \qquad (4.1)$$

Pour les hautes densités le mécanisme de fusion étant différent le Γ pourra être différent et on écrira Γ_Q pour la valeur à la frontière de séparation de phase. A T = 0 la densité critique pour la fusion sera alors

$$n_c = \frac{4m^2 e^4}{\pi \hbar^4} \frac{1}{\Gamma_Q^2} \qquad (4.2)$$

A $T \neq 0$ n doit être inférieure à n_c pour que l'énergie de corrélation domine l'effet de l'agitation thermique. La façon dont le Γ change entre les régimes classique et quantique n'a pas été éclaircie encore. Expérimentalement la valeur de Γ_m est de l'ordre de 130 et des simulations numériques (9) donnent pour Γ_Q la valeur 33 qui correspond à une densité critique $n_c \sim 10^{13} cm^{-2}$. A. Alastuey (10) et précédemment Platzman et Fukuyama (2) ont examiné la forme du diagramme de phases. Le diagramme est montré sur la figure (4.1). D'après la référence (10) $T_c \sim 48K$.

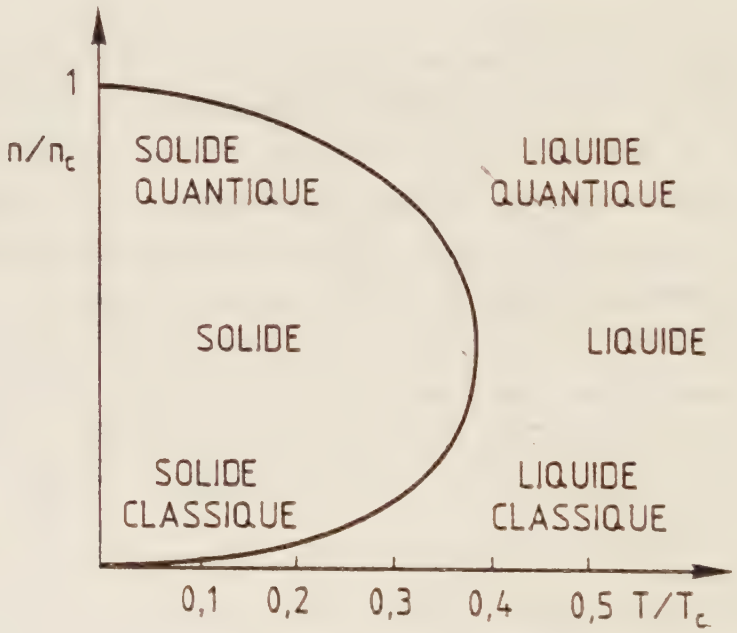


Figure 4.1.

Diagramme de phase du système (2-D) d'électrons.

4.1. Le solide électronique sur un substrat rigide

Supposons maintenant l'existence de la phase solide et considérons le cas où le substrat est parfaitement plan. Bonsall et Maradudin (3) ont calculé l'énergie de l'état fondamental pour les cinq réseaux de Bravais à (2-D) et ont trouvé que l'énergie la plus basse correspond au réseau hexagonal. Pour ce dernier les relations de dispersion des phonons longitudinaux (ω_ℓ) et transverses (ω_t) sont aussi calculées à T = 0, donnant dans la limite $k \to 0$,

$$\omega_\ell^2(k) = \frac{2\pi n e^2}{m} k \qquad (4-3)$$

et

$$\omega_t^2(k) = \beta_o \frac{n^{1/2} e^2}{m} k^2 \qquad (4-4)$$

où $\beta_o = 0{,}245$.

On remarque que la relation de dispersion des phonons longitudinaux reste la même que la relation de dispersion des plasmons dans le liquide. Cela tient à ce que les forces qui s'opposent au mouvement longitudinal sont des forces de compression, qui ne sont pas modifiées par la localisation des électrons. La présence des électrodes à des potentiels fixes modifie (4-3) de façon analogue à ce qu'on a vu dans le liquide, équation (3-8), c'est-à-dire

$$\omega_\ell^2(k) = \frac{4\pi n e^2}{m} \frac{k}{\coth kd + \coth kh} \qquad (4-5)$$

où d et h sont les distances de la surface à l'armature inférieure et supérieure respectivement.

Par contre, la loi de dispersion des modes transverses est linéaire : il existe une vitesse du son transverse C_t :

$$C_t^2 = \beta_o \frac{n^{1/2} e^2}{m} \qquad (4-6)$$

La différence d'allure des deux branches est la conséquence d'une différence essentielle de comportement entre les forces de compression (mouvement longitudinal qui produit une fluctuation de la densité) et de cisaillement (mouvement transverse qui ne modifie pas la densité). Ces dernières étant à courte portée (4,5), elles ne sont pas modifiées par la présence des armatures métalliques.

Revenons maintenant aux résultats de la référence (3). Dans la figure (4.2) on montre la dispersion des phonons le long du bord d'un élément irréductible de la première zone de Brillouin (parcours $\Gamma \rightarrow J \rightarrow X \rightarrow J$ sur la figure (4.3)). Ici $\omega_o^2 = 8^{1/2} 3^{3/4} e^2 n^{3/2}/m$, et a_o est la distance entre électrons dans le réseau hexagonal. Pour $n = 9 \times 10^8 cm^{-2}$, $\omega_o \sim 2 \times 10^{11}$ rad s^{-1}.

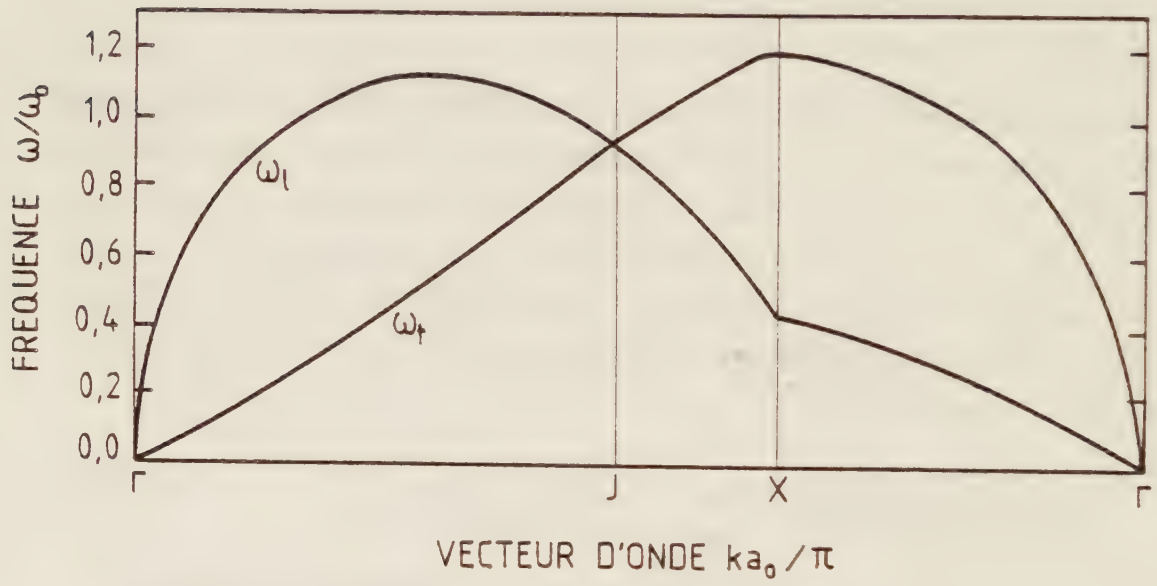


Figure 4.2.

Relation de dispersion des phonons longitudinaux et transverses.

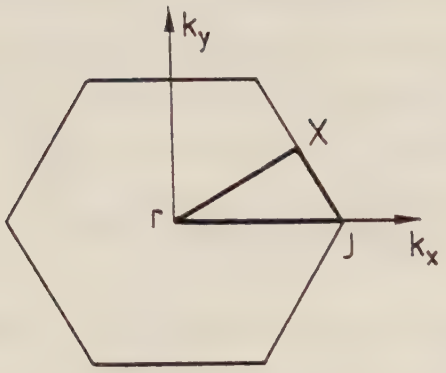


Figure 4.3.

Première zone de Brillouin pour le réseau hexagonal

On peut maintenant faire le lien avec des grandeurs de la théorie de l'élasticité puisqu'on peut relier les coefficients de Lamé aux vitesses du son longitudinal C_ℓ , et transverse C_t selon les formules suivantes, valables à deux dimensions aussi bien pour un solide isotrope que pour un réseau triangulaire (ils sont équivalents du point de vue de la théorie de l'élasticité)

$$C_\ell = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{mn}\right)^{1/2} \qquad (4\text{-}7)$$

$$C_t = \left(\frac{\mu}{mn}\right)^{1/2} \qquad (4\text{-}8)$$

où m est la masse de l'électron et n la densité électronique.

Dans notre cas, C_t est, à T donné, une constante, mais on ne peut pas définir une vitesse du son longitudinal unique comme il apparait en écrivant d'après (4.3)

$$C_\ell^2 = \frac{\lambda(k) + 2\mu}{mn} = \frac{2\pi n e^2}{m} \frac{1}{k} \qquad (4\text{-}9)$$

De (4.9) il apparait que $\lambda(k)$ diverge lorsque $k \to 0$ de même que le module de compression K, défini a (2-D) par

$$K(k) = \lambda(k) + \mu \qquad (4\text{-}10)$$

Cela implique notamment que la compressibilité du solide électronique varie comme l'inverse de sa taille. Néanmoins pour un système du laboratoire la présence des armatures du condensateur réduit la valeur de K puisque dans ce cas d'après (4.5) et pour kh, kd ≪ 1,

$$\omega_\ell^2(k) = \frac{4\pi n e^2}{m}\left(\frac{hd}{h+d}\right)k^2 \qquad (4\text{-}11)$$

et la vitesse du son longitudinal ne dépend de la géométrie que par l'intermédiaire de d et h :

$$C_\ell^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}\left(\frac{hd}{h+d}\right) \qquad (4\text{-}12)$$

A titre d'ordre de grandeur on a pour h = 1,5 mm, d = 0,5 mm, $n = 3 \times 10^8 cm^{-2}$

$$\lambda \sim 0.1 \quad erg/cm^2$$
$$\mu \sim 3\times10^{-7} \quad erg/cm^2$$
$$c_t \sim 10^6 \quad cm/s$$
$$c_\ell \sim 6\times10^6 \quad cm/s$$
$$\lambda/\mu \sim 3\times10^5$$

et $K \sim \lambda$.

Ces relations sont valables dans l'hypothèse d'un substrat indéformable, ce qui n'est pas le cas de l'He^4. En effet sous la pression exercée par les électrons des dépressions apparaissent à la surface ce qui modifie la dynamique à basse fréquence. Considérons maintenant l'effet du substrat déformable.

4.2. Electrons sur un substrat déformable

Considérons un électron en présence d'un champ E perpendiculaire à la surface. Lorsqu'on admet la possibilité pour l'^{4}He de se déformer sous la pression exercée par l'électron, on peut envisager deux situations limites. Premièrement supposons qu'une dépression se soit formée, d'une taille telle que l'électron reste piégé dedans comme il apparait

dans la figure (4.4)

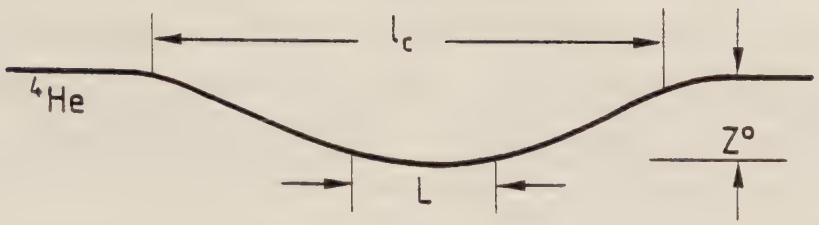


Figure 4.4.

Electron piégé dans une déformation de surface. L : région de localisation de l'électron. l_c : longueur capillaire.

Dans le puitsde potentiel ainsi formé l'électron effectuera des oscillations d'autant plus rapides que le puitsest profond. Par ailleurs cette profondeur dépend du "nuage" électronique vu par la dépression constitué par les oscillations de l'électron à des fréquences plus grandes que l'inverse du temps caractéristique de réponse de la surface ; le problème est donc self-consitent.

On remarque alors, que lorsque la vitesse de l'électron est élevée la déformation de surface, qui a une grande inertie, est incapable de suivre son mouvement et la surface ne se déforme pas au passage de l'électron.

Dans le cas où l'électron est statique il est possible de calculer la profondeur du puits. Shikin et Monarkha (6) minimisent la somme de l'énergie électrostatique gagnée $W_e = eE \int d^2r\, \psi^2(r) z(r)$, de l'énergie capillaire $W_c = -\alpha \Delta S$ et de l'énergie gravitationnelle $W_g = -\frac{1}{2} \rho g \int z^2 d^2r$ pour trouver la forme de la dépression. Ici $\psi(r)$ est la densité de probabilité de charge, α la tension superficielle, et ΔS l'augmentation de la surface par effet de la dépression.

Les grandeurs caractéristiques sont

$$L \sim \left(\frac{4\pi\alpha\hbar^2}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{eE} \qquad (4\text{-}13)$$

$$Z^\circ \sim \frac{eE}{4\pi\alpha} \log \frac{8}{178\, \chi^2 L^2} \qquad (4\text{-}14)$$

avec $$\chi^2 = \frac{\rho g}{\alpha} = \frac{1}{\ell_c^2} \qquad (4.15)$$

où ℓ_c est la longueur capillaire; pour l'^{4}He, $\ell_c \sim 0{,}5$ mm. Pour $E_\perp = 1000$ V/cm (ordre de grandeur typique pour nos expériences) on a

$$L \sim 5 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$z^\circ \sim 0{,}1 \text{ Å}$$

L'énergie de piégage E_p dans une telle dépression est de l'ordre de

$$E_p \sim e E z^\circ \sim 3 \times 10^{-18} \text{ erg}$$

soit ~ 30 mK. L'énergie cinétique thermique est, aux températures expérimentales (77 mK < T < 1,2K) supérieure à l'énergie de piégeage. L'ensemble électron plus déformation de surface n'est pas stable ; en conséquence, la dynamique d'une charge isolée n'est pas modifiée. Cette conclusion est aussi valable dans un gaz puisque la situation est qualitativement la même.

Une différence est que la valeur de Z° trouvée dans l'équation (4.14) considère les effets de la dépression sur une échelle de l'ordre de la longueur capillaire, tandis que lorsque on a une couche d'électrons avec une distance moyenne inférieure à ℓ_c, l'amplitude de la modulation de la surface est inférieure à Z° trouvé dans (4.14). En revanche on a une dépression d'ensemble sur toute la surface occupée par la couche. Cette situation est montrée sur la figure (4.5)

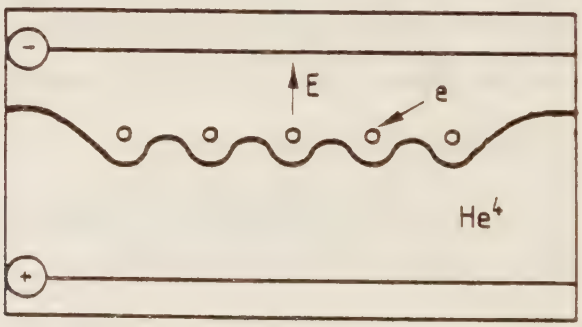


Figure 4.5.

Dépression formée par une couche d'électrons. On a une dépression globale due à la pression d'ensemble de la couche et une modulation due à la pression de chaque électron séparemment.

Il faut alors que les positions des charges soient fortement corrélées entre elles (ce qui est le cas dans une phase solide) pour que l'effet de piégeage se manifeste. Les énergies à comparer sont alors d'une part l'énergie de piégeage de N particules corrélées (liées rigidement entre elles, pour simplifier) NEp, et d'autre part l'énergie thermique du centre de masse, kT. Il suffit alors que la longueur de corrélation soit d'une centaine de distances inter-particules pourqu'on observe le piégeage des charges dans la déformation de la surface. Cette déformation aura le pas du réseau électronique pour longueur d'onde fondamentale.

L'effet de piégeage, qui a des répercussions sur le spectre des phonons électroniques, doit se manifester dans l'état ordonné alors que dans l'état désordonné l'énergie thermique délocalise l'électron non lié rigidement à ses voisins.

4.3. Cristal sur un substrat déformable couplage phonon-ripplon

Le problème du couplage phonon-ripplon a été résolu par D. Fisher et al (7) et étendu à la situation où il y a un champ magnétique perpendiculaire par F. Gallet (5).

Ici nous nous limiterons à faire quelques commentaires sur les motivations physiques des approximations utilisées et à développer une analogie mécanique plus intuitive.

Plaçons nous dans le cas où on a un solide et considérons maintenant que la surface de l'He^4 est déformable. Du point de vue de la surface le mouvement de l'électron peut être considéré comme étant la contribution de deux parties : une partie "lente" qui correspond à la superposition des modes de phononsavec une fréquence $\omega(k) < \omega_m$, et une partie "rapide" qui est la superposition des modes avec $\omega(k) > \omega_m$, où ω_m est une fréquence caractéristique que nous préciserons dans ce qui suit.

Physiquement cette séparation est une conséquence de la dynamique de la surface qui répond à une excitation extérieure en déplaçant une masse d'He^4 beaucoup plus importante que la masse de l'électron. Si t_o est le temps caractéristique de réponse de la surface alors $\omega_m \sim 1/t_o$ est une fréquence caractéristique de coupure au-delà de laquelle la surface ne suit plus le mouvement électronique. L'ordre de grandeur de ω_m

est de quelques dizaines de megahertzs.

L'électron sera alors vu par la surface comme une distribution étalée de charge qui se déplace en formant une dépression. Comme on le verra après, cette dépression peut, pour les basse fréquences, suivre le mouvement électronique en phase constituant ainsi un mode acoustique. A haute fréquence le mouvement se fait en opposition de phase. On a un mode optique.

D'un point de vue plus formel et en suivant la ligne de raisonnement développée plus haut, on peut écrire les composantes de Fourier de la densité sous la forme :

$$n_{\vec{G}} = \frac{1}{S} \sum_{\vec{R}} e^{i \vec{G} \cdot (\vec{u}^{\ell}(\vec{R}) + \vec{u}^{r}(\vec{R}))}$$

où S est la surface de l'échantillon, $\vec{R}$ un vecteur du réseau direct, $\vec{G}$ un vecteur du réseau réciproque et $\vec{u}^{\ell}(\vec{R})$, $\vec{u}^{r}(\vec{R})$ sont les déplacements de l'électron situé au noeud du réseau $\vec{R}$ par rapport à sa position d'équilibre. Ici on a décomposé le déplacement dans sa partie rapide u^r et sa partie lente u^{ℓ}.

On prend maintenant une moyenne sur une échelle de temps inférieure à t_o ce qui n'affecte pas le mouvement lent :

$$\bar{n}_G = \frac{1}{S} \sum_{\vec{R}} \left\langle e^{i \vec{G} \cdot \vec{u}^{r}(t)} \right\rangle_{t_o} e^{i \vec{G} \cdot \vec{u}^{\ell}(\vec{R})}$$

$$= \frac{1}{S} \left\langle e^{i \vec{G} \cdot \vec{u}^{r}} \right\rangle \sum_{\vec{R}} e^{i \vec{G} \cdot \vec{u}^{\ell}(\vec{R})}$$

$$\bar{n}_G = e^{-W_G} n_G^{\ell} \qquad (4\text{-}16)$$

où on a défini

$$W_G = \frac{1}{4} G^2 \left\langle \vec{u}^{2r} \right\rangle \qquad (4\text{-}17)$$

Explicitement W_G s'écrit

$$W_G = \frac{1}{16\pi} \frac{\hbar G^2}{n m} \sum_p \int_{\omega_m}^{\omega_M} \left(\frac{dk}{d\omega_p}\right) \frac{k}{\omega_p} \coth \frac{\hbar\omega_p}{2k_B T} \, d\omega_p \qquad (4\text{-}18)$$

ou ω_M est une fréquence de l'ordre de la fréquence de Debye et la somme s'étend sur les différents modes (longitudinaux et transverse) le choix de la fréquence de coupure sera fait après l'examen des modes couplés.

Le facteur $\exp(-W_G)$ est un facteur du type Debye-Waller. Cependant la limite inférieure de l'intégrale est ω_m et non pas zéro ce qui assure la convergence.

En gros, W_G est proportionnel à la température comme on peut le voir dans la limite classique :

$$W_G \simeq \frac{1}{8\pi} \frac{k_B T G^2}{m n} \sum_p \int_{\omega_m}^{\omega_M} \left(\frac{dk}{d\omega_p}\right) \frac{k}{\omega_p^2} \, d\omega \qquad (4\text{-}19)$$

Examinons maintenant le couplage avec la surface.

On a déjà mentionné plus haut que la corrélation entre électrons favorise la formation d'un état lié stable entre un électron et sa dépression.

Dans le cas d'un cristal, la déformation permanente de la surface peut se décomposer sur la période fondamentale du réseau et ses harmoniques :

$$Z(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} Z_{\vec{G}} \, e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}$$

où $\vec{G}$ est un vecteur du réseau réciproque électronique. A la pression électrostatique (P_{el}) en présence d'un champ électrique vertical constant ($E_\perp$), s'oppose la pression capillaire (P_c) de déformation de la surface†.

On a alors $$P_{el} = P_c$$

---

†La contribution du terme gravitationnel aux vecteurs d'onde G est négligeable.

où $$P_{el} = e E \bar{n}(\vec{r}) = e E_{\perp} \sum_{\vec{G}} \bar{n}_{\vec{G}} e^{i \vec{G} \cdot \vec{r}}$$

et $$P_c = \alpha \sum_{\vec{G}} Z^o_G G^2 e^{i \vec{G} \cdot \vec{r}}$$

alors $$Z^o_G = \frac{e E_{\perp} n}{\alpha G^2} e^{-W_G}$$

où $\bar{n}_G$ a été pris à l'ordre zéro en $\vec{u}^{\ell}$ (cas statique pour lequel $n^{\ell}_G = n$ [relation (4.16)]).

Le mouvement horizontal des deux réseaux (électronique-dépression) est couplé par la force qui pousse les électrons dans les dépressions. Pour décrire la dynamique trouvons d'abord la masse effective de la surface par rapport à une coordonée dans le plan.

En faisant une décomposition de Fourier autour des vecteurs du réseau réciproque électronique, on pourra écrire pour l'énergie cinétique par unité de surface :

$$W_c = \frac{1}{2} \frac{\rho}{G} \dot{Z}^2_{\vec{G}}$$

qu'on peut exprimer en fonction des coordonés dans le plan n_G par la relation $Z_G \sim \theta n_G$ où θ est défini sur la figure (4.6)

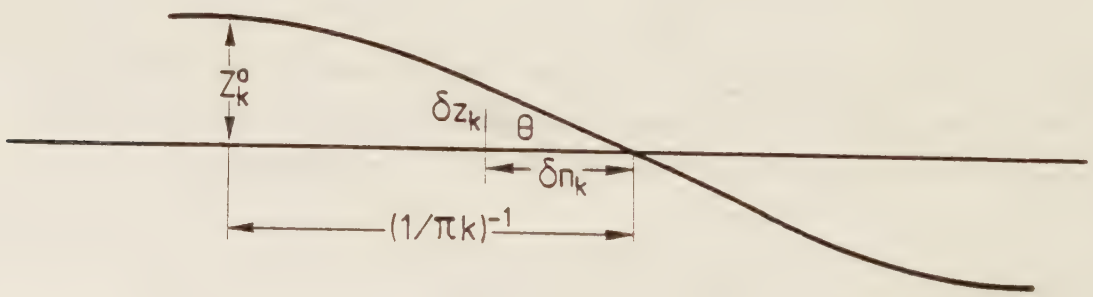


Figure 4.6.

Relations géométriques pour mode de vecteur d'onde G.

De cette figure on peut voir que

$$\theta \sim Z_G^o \, G$$

où Z_G^o peut être estimé par l'équation

$$Z_G^o = \frac{e E_\perp n}{\alpha G^2} e^{-W_G}$$

On trouve alors pour W_c :

$$W_c \sim \frac{1}{2} \frac{\rho}{G} \theta^2 \dot{\eta}_G^2 = \left[\frac{(eE)^2 \bar{n}_G^2}{\alpha \Omega_G^2} \right] \dot{\eta}_G^2$$

et en divisant le facteur entre crochets par n on obtient la masse effective par site pour les modes G excités parallèlement à $\hat{G}$. Par la suite nous ferons des sommes sur les vecteurs du réseau réciproque. Pour une amplitude déterminée $|\vec{G}|$ on aura une étoile avec N_G vecteurs. On remplacera alors les sommes sur $\vec{G}$ par des sommes sur $|\vec{G}| = G$ en multipliant chaque terme par $N_G/2$, le facteur 1/2 provenant d'une moyenne angulaire (5). Nous allons introduire dès maintenant cette multiplicité et aussi le terme de polarisation (voir chapitre (3.4)) dans l'interaction électron surface pour trouver le résultat

$$M_G = \left(eE_\perp + \mathcal{Q} G^2 \log \frac{B}{G} \right)^2 \frac{N_G \bar{n}_G^{o\,2}}{2n\alpha\Omega_G^2} \qquad (4\text{-}20)$$

où

$$\bar{n}_G^o = n^2 e^{-2W_G}$$

Il faut souligner ici que bien qu'on trouve des ripplons à toute longueur d'onde le couplage se fera de façon privilégié avec ceux dont la longueur d'onde correspond au pas du réseau c'est-à-dire $\lambda = 2\pi/G$. Pour un réseau hexagonal on peut écrire une relation entre la longueur des différents vecteurs d'onde du réseau :

$$G_p = p^{1/2} G_1 \quad \text{où} \quad p = 1, 3, 4, 7, 9, \ldots \qquad (4\text{-}21)$$

où G_1 s'écrit en fonction de la densité :

$$G_1 = 2\pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}} n \right)^{1/2} \qquad (4\text{-}22)$$

Cela nous permet d'écrire pour W_G (puiqu'il est proportionnel à G^2)

$$W_{G_p} = W_p = p\,W \qquad p = 1,3,4,7,9,\ldots \qquad (4\text{-}23)$$

où $W = W_{G_1}$.

On peut conclure que le couplage qui dépend de W à travers la fonction exp(-2pW) ne sera sensible que pour les premiers modes de ripplons. Dans nos calculs nous allons considérer les cinq premiers modes, c'est-à-dire p = 1,3,4,7,9.

Faisons maintenant une analogie mécanique pour mieux visualiser la physique du système.

Considérons maintenant le couplage entre un électron de fréquence $\omega_\ell(k)$ dans le solide (on considère pour le moment le mouvement longitudinal) et le premier mode de ripplon.

On assimile l'interaction de l'électron (pour chaque k) avec le reste du cristal par un ressort de constante élastique $m\omega_\ell^2$. Le cristal sera représenté par un mur immobile de grande masse. L'interaction avec la déformation de surface est représentée par un ressort de constante élastique $M\Omega^2$. Le système est représenté sur la figure (4.7)

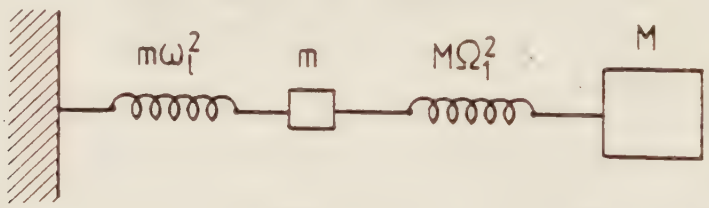


Figure 4.7.

Analogue mécanique pour le couplage phonon-ripplon.

L'équation pour les modes propres est :

$$\omega^2 - \omega_\ell^2 - \frac{M}{m}\,\frac{\Omega^2\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

Si on tient compte du couplage avec les différents modes de ripplons d'ordre supérieur il faut considérer le modèle montré sur la figure (4.8)

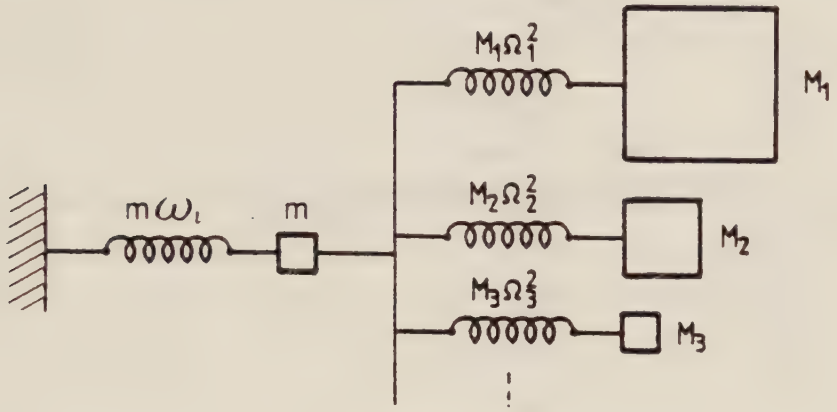


Figure 4.8.

Modèle pour le couplage avec les différents modes de ripplons.

Dans ce cas l'équation pour les fréquences propres est

$$\omega^2 - \omega_i^2 - \sum_p \frac{M_p}{m} \frac{\Omega_p^2 \omega^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} = 0$$

On trouve de façon analogue une équation pour le mouvement transverse.

En présence d'un champ magnétique perpendiculaire on peut effectuer la même démarche en considérant le modèle présenté dans la figure (4.9)

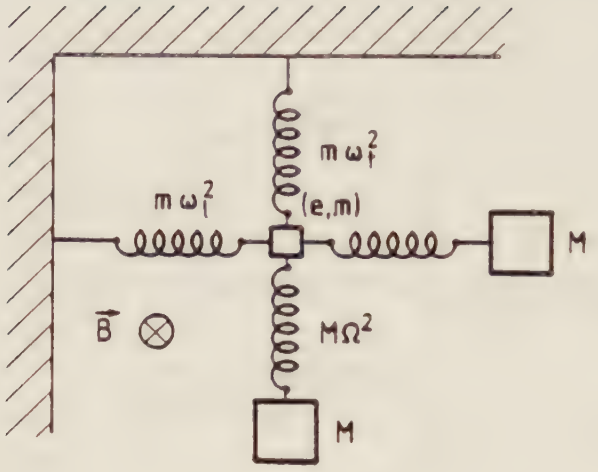


Figure 4.9.

Modèle pour le couplage phonon-ripplon en présence d'un champ magnétique perpendiculaire $\vec{B}$.

Le résultat final pour l'équation des fréquences propres est

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \omega_t^2 - \sum_p \frac{M_p}{m} \frac{\Omega_p^2 \omega^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} & i\omega\omega_c \\ -i\omega\omega_c & \omega^2 - \omega_t^2 - \sum_p \frac{M_p}{m} \frac{\Omega_p^2 \omega^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} \end{vmatrix} = 0 \qquad (4\text{-}24)$$

où ω_c est la fréquence cyclotron $\omega_c = eB/mc$. Cette équation peut s'écrire de façon beaucoup plus condensée en définissant

$$D_\lambda(k) = \omega^2 - \omega_\lambda^2 - \sum_p \frac{M_p}{m} \frac{\Omega_p^2 \omega^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} \qquad \lambda = l, t \qquad (4\text{-}25)$$

on a alors

$$D_l(k)\, D_t(k) = \omega^2 \omega_c^2 \qquad (4\text{-}26)$$

Pour fixer les ordres de grandeur disons que pour $n \sim 8{,}5 \times 10^8 cm^{-2}$, $E_\perp \sim 3$ esu ($E_\perp = 2\pi ne$), $G_1 \sim 2 \times 10^5 cm^{-1}$ et $W \sim 0{,}1$ ($T \sim 100$ mK),

le rapport entre les masses est

$$\frac{M_1}{m} \sim 600 \qquad (4\text{-}27)$$

et la profondeur du puits pour le mode fondamental

$$Z_1^\circ \sim 10^{-2}\ \text{Å}$$

Rappelons que Z_1° correspond à la modulation de chaque électron considéré individuellement comme on l'a vu sur la figure (4.5).
Le "poids" relatif des différents modes peut être estimé par les rapports $\Omega_3^2 M_3/\Omega_1^2 M_1$, $\Omega_4^2 M_4/\Omega_1^2 M_1$, $\Omega_7^2 M_7/\Omega_1^2 M_1$, $\Omega_9^2 M_9/\Omega_1^2 M_1$. On a pour les mêmes paramètres

$$\frac{\Omega_3^2 M_3}{\Omega_1^2 M_1} = 0.769$$

$$\frac{\Omega_4^2 M_4}{\Omega_1^2 M_1} = 0.680$$

$$\frac{\Omega_7^2 M_7}{\Omega_1^2 M_1} = 0.426$$

$$\frac{\Omega_9^2 M_9}{\Omega_1^2 M_1} = 0.297$$

et pour W = 0,3 (T ~ 300 mK) dans le même ordre

$$= 0.345$$

$$= 0.205$$

$$= 0.038$$

$$= 0.012$$

Examinons maintenant les solutions des équations couplées pour quelques cas simples.

i) Champ magnétique nul ($\omega_c = 0$)

On déduit directement de (4.24) que les modes longitudinaux et transverses ne sont pas couplés entre eux. Examinons à titre d'exemple le mode longitudinal ; son modèle mécanique a été présenté sur la figure (4.7).

Rappelons l'équation pour les fréquences propres :

$$\omega^2 - \omega_\ell^2 - \frac{M}{m}\frac{\Omega^2\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

De cette équation on peut déduire les comportements asymptotiques suivants :

Dans la limite $k \to 0$ on a

$$k \to 0 \begin{cases} \omega_{ac}^2 \simeq \dfrac{m}{m+M}\,\omega_\ell^2 & m\omega_\ell^2 \ll M\Omega^2 \\ \omega_{op}^2 \simeq \dfrac{M+m}{mM}\,M\Omega_1^2 + \omega_\ell^2 = \omega_o^2 + \omega_\ell^2 & \Omega^2 \ll \omega_o^2 \end{cases}$$

Le mode ω_{ac} correspond à un mouvement électronique à basse fréquence qui est bien suivi par les ripplons. Les deux systèmes sont bien couplés. La vitesse de groupe est diminuée par le facteur $\left(\frac{m}{m+M}\right)^{1/2}$ par rapport au mouvement électronique sans couplage, et du modèle mécanique on peut voir que cela correspond au mouvement en phase des masses (m+M). Le déplacement de la surface et celui de l'électron sont du même ordre de grandeur. On a un mode acoustique.

Le mode ω_{op} correspond à l'oscillation en opposition de phase autour du centre de masse, des masses M et m. L'amplitude relative des mouvements étant égal à l'inverse du rapport des masses ; c'est un mode optique. Lorsque $M \gg m$ on pourra écrire pour $k = 0$ $\omega_{op}^2 \simeq \frac{M}{m}\,\Omega_1^2 = \omega_o^2$ qui correspond au mouvement de l'électron dans le puits de potentiel constitué par la déformation permanente.

Dans la limite $k \to \infty$ ($\omega_\ell \gg \omega_o$)

$$k \to \infty \begin{cases} \omega_{ac} \simeq \Omega_1 \\ \omega_{op} \simeq \omega_\ell \end{cases}$$

Les mouvements électronique et de surface sont découplés. La figure (4.10) montre les deux branches du spectre.

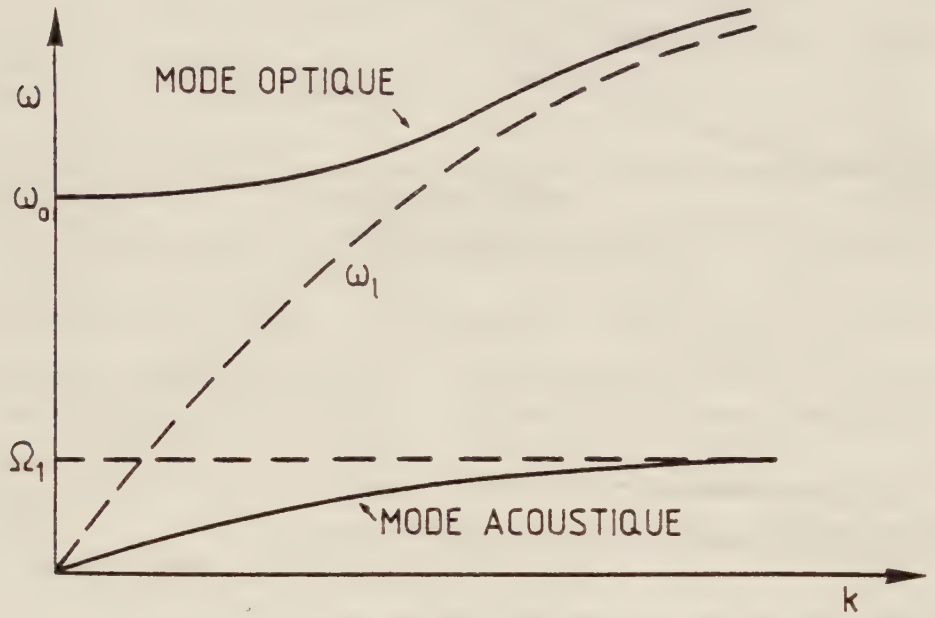


Figure 4.10

Spectre du couplage entre les phonons et le premier mode de ripplons.

En prenant les mêmes valeurs des paramètres que dans (4.27), on trouve

$$\Omega_1/2\pi = 20 \text{ Mhz}$$

$$\omega_o/2\pi = 550 \text{ Mhz pour } W = 0.1 \ (T \sim 0.1 \text{ K})$$

En ajoutant le couplage avec les modes de ripplons d'ordre supérieur on ajoute d'autres branches intermédiaires comme il apparait sur la figure (4.11). Dans ce cas, la fréquence d'oscillation de l'électron dans le puits de la déformation garde son sens lorsque la fréquence du

mode couplé ω est grande par rapport aux modes qui interviennent effectivement dans le couplage. On a alors que

$$\omega_o^2 \simeq \sum_p \frac{M_p}{m} \Omega_p^2 \qquad (4\text{-}29)$$

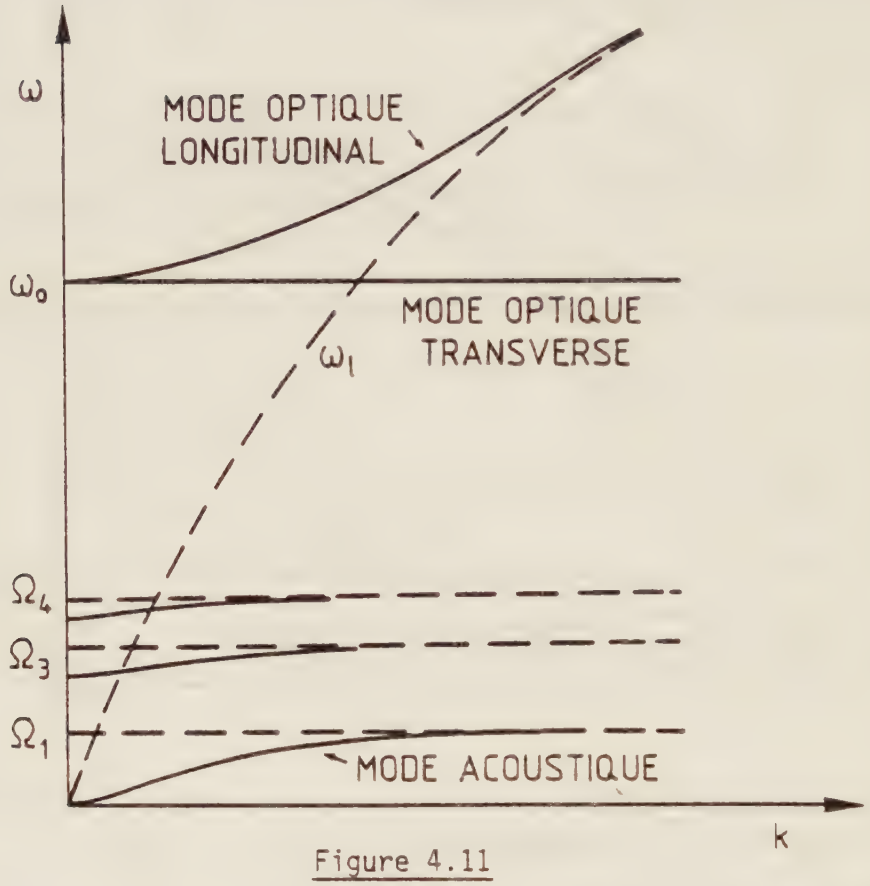


Figure 4.11

Couplage phonon-ripplon. Sur la figure on a représenté le couplage des phonons avec les trois premiers ripplons, le mode optique longitudinal et le mode optique transverse.

Pour le mode transverse on peut suivre la même démarche. La différence de comportement vient de ce que sa fréquence est beaucoup plus petite que celle du mode longitudinal à même vecteur d'onde. De ce fait la branche optique, par exemple, a une dispersion négligeable pour les vecteurs d'onde qui nous intéressent (pour $\omega_o/2\pi \sim 200$ Mhz et $n \sim 10^9 cm^{-2}$, $\omega = (1 + 0{,}01)\omega_o$ pour $k \sim 130\ cm^{-1}$. Nous nous intéressons à des vecteurs $k < 20\ cm^{-1}$).

Sur la figure (4.11) on a représenté aussi le mode optique transverse. Les modes acoustiques transverses ne sont pas représentés sur cette figure.

ii) Champ magnétique non nul ($\omega_c \neq 0$)

Un autre cas simple est celui où il y a un champ magnétique présent sans considérer le couplage avec les ripplons. Dans ce cas le système (4.24) se réduit à :

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \omega_l^2 & i\omega\omega_c \\ -i\omega\omega_c & \omega^2 - \omega_t^2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (4-30)$$

qui a comme solutions

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_l^2 + \omega_t^2 + \omega_c^2\right) \pm \left[\left(\omega_l^2 + \omega_t^2 + \omega_c^2\right)^2 - 4\omega_t^2\omega_l^2\right]^{1/2} \qquad (4-31)$$

Les modes longitudinaux et transverses du même vecteur k sont alors mélangés par le champ magnétique. L'invariance par translation est conservée car le champ magnétique est uniforme. On a comme comportement asymptotique :

$$\omega_c \to 0 \begin{cases} \omega_+ \simeq \omega_l \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_c^2}{\omega_l^2 - \omega_t^2}\right) \\ \omega_- \simeq \omega_t \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\omega_c^2}{\omega_l^2 - \omega_t^2}\right) \end{cases} \qquad (4-32)$$

$$\omega_c \to \infty \begin{cases} \omega_+ \simeq \omega_c \\ \omega_- \simeq \dfrac{\omega_l\,\omega_t}{\omega_c} \end{cases} \qquad (4-33)$$

Sur la figure (4.12) on montre le comportement de ω_+ et ω_- en fonction de ω_c.

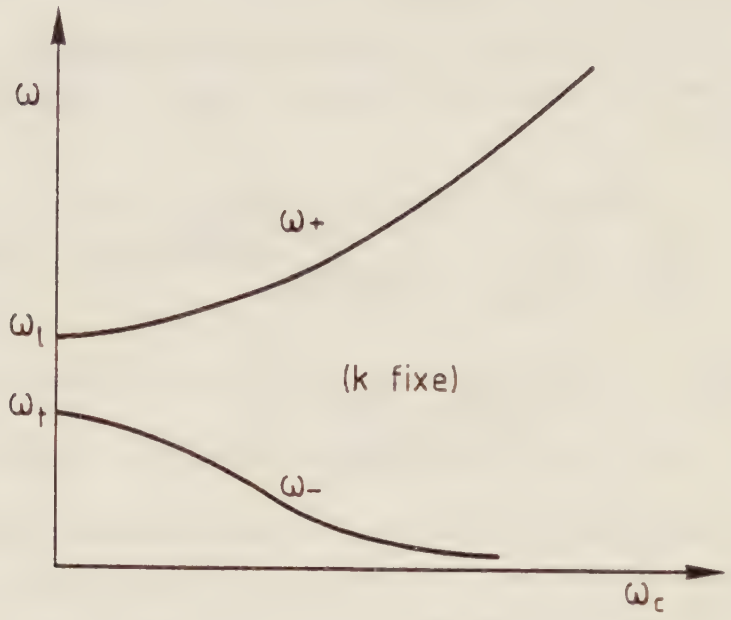


Figure 4.12.

Comportement à vecteur d'onde fixe des modes couplés d'après les équations (4.32) et (4.33). Ces modes sont des mélanges des modes transverse et longitudinaux induits par le champ magnétique.

On observe sur la figure que le mode ω_- se déplace vers les basses fréquences lorsque le champ magnétique augmente. Cela implique, lorsqu'on considère le couplage avec les ripplons, que ce mode se couplera avec les modes de ripplons si ω_c est assez élevé.

Considérons maintenant le couplage avec les ripplons. A faible champ magnétique et basse température on peut appliquer les résultats de l'éq. (4.32) sans beaucoup de modifications dans la limite $\omega_- \gg \Omega_1$.

Dans ce cas (4.24) s'écrit

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \omega_t^2 - \omega_o^2 & i\omega\omega_c \\ -i\omega\omega_c & \omega^2 - \omega_t^2 - \omega_o^2 \end{vmatrix} = 0$$

avec ω_o^2 donné par l'équation (4.29). On trouve alors pour $\omega_c \ll \omega_o$ et $\Omega_q \ll \omega_o$

$$\begin{cases} \omega_{o+} \simeq (\omega_o^2 + \omega_\ell^2)^{1/2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_c^2}{\omega_\ell^2 - \omega_t^2}\right) \\ \omega_{o-} \simeq (\omega_o^2 + \omega_t^2)^{1/2} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_c^2}{\omega_\ell^2 - \omega_t^2}\right) \end{cases} \qquad (4\text{-}34)$$

Nous voyons que le champ caractéristique à partir duquel l'écart entre les modes ω_+ et ω_- est de l'ordre de ω_o est donnée par $\omega_c^2 = \omega_\ell^2 - \omega_t^2$.

Sur la figure (4.13) on montre l'effet du champ magnétique sur la dispersion des modes optiques

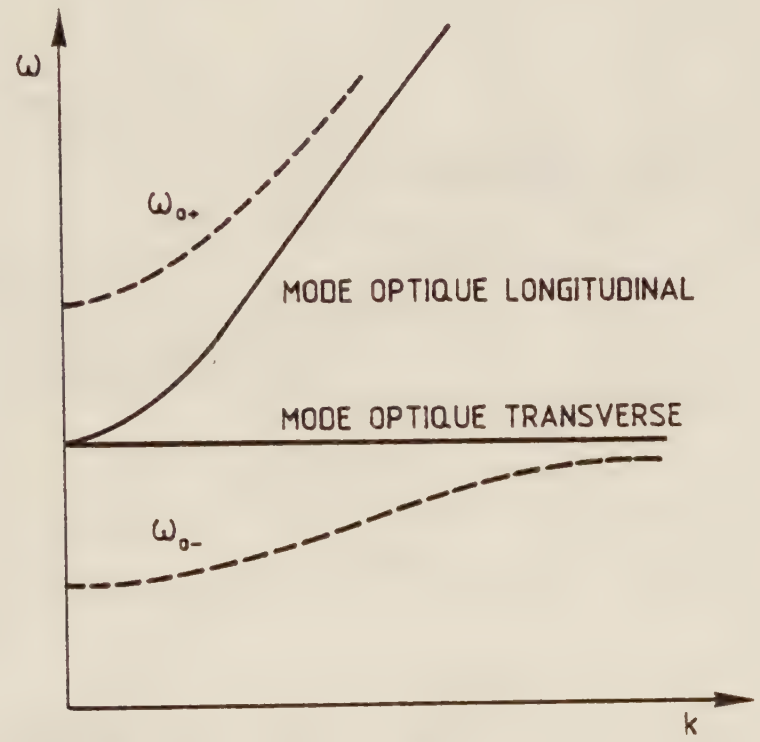


Figure 4.13.

Effet du champ magnétique sur la dispersion des modes optiques longitudinal et transverse. Les modes en présence de champ sont notés ω_{o+} et ω_{o-}.

Quelques résultats expérimentaux sont bien interprétés par le schéma théorique qu'on vient de présenter.

Grimes et Adams (8) ont pu exciter à résonance quelques modes acoustiques en travaillant à k fixe comme on le montre dans la figure (4.14) (points W,Y,Z,X). Leurs résultats expérimentaux peuvent être interprétés par la théorie du couplage phonon-ripplon pour un réseau *hexagonal*.

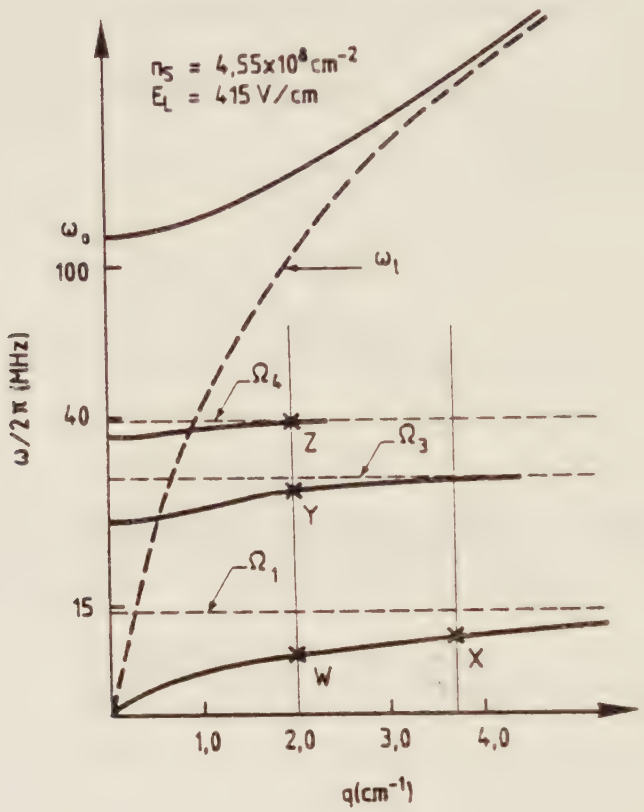


Figure 4.14.

Résonances (W,Y,Z,X) excités par Grimes et Adams. Les lignes en tirets montrent les modes non couplés, et en plein, les modes couplés.

Dans nos expériences nous excitons à résonance les modes acoustiques longitudinaux et le mode optique transverse avec une ligne d'excitation qui a une relation de dispersion linéaire $\omega = V_L k$, où $V_L \sim 10^8 cm\ s^{-1}$. Nos résultats expérimentaux sont aussi en bon accord avec la théorie qu'on vient d'exposer.

La position des pics acoustiques nous renseigne sur la densité puisqu'ils sont très proches des fréquences de ripplon $\Omega p/2\pi$ qui en dépendent directement (on verra ceci plus en détail lorsqu'on traitera de la mesure de la charge de surface).

La position du pic optique nous renseigne sur les fluctuations (W) ce qui nous permettra de déduire le module de cisaillement à différentes températures. Sur la figure (4.15) on montre les résonances mentionnées.

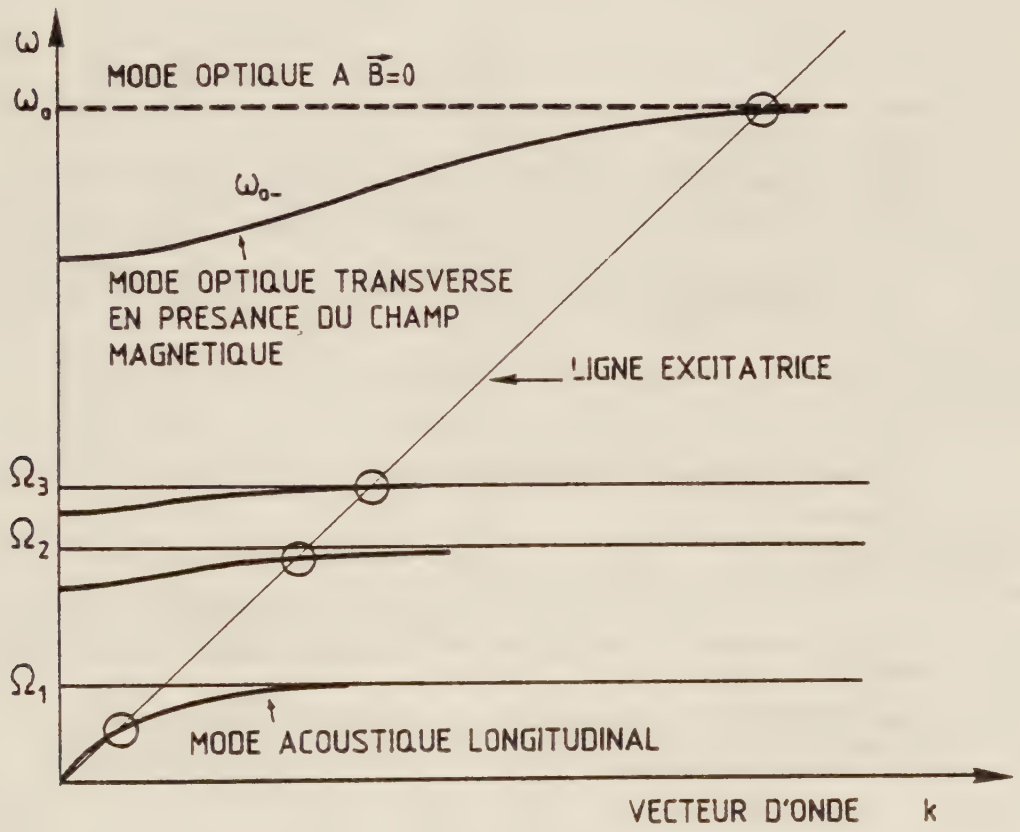


Figure 4.15.

Les résonances qu'on excite sont montrées avec des cercles. Pour simplifier on ne montre que trois des cinq modes acoustiques détectés.

Voyons maintenant la façon dont ces différents modes sont excités expérimentalement.

4.4. Excitation des modes : description de la ligne excitatrice

Considérons une onde électromagnétique de fréquence ω se propageant sans atténuation le long de la ligne de transmission montrée sur la figure (4.16).

Si ℓ est le chemin parcouru le long du conducteur et K le vecteur d'onde on a pour le potentiel le long de la ligne

$$V = V_0 \exp i(K\ell - \omega t) \qquad (4\text{-}35)$$

Nous supposons pour simplifier qu'il y a peu d'interaction entre deux branches successives de la ligne, et qu'on peut écrire $\omega \simeq CK$ où C est la vitesse de la lumière dans le conducteur

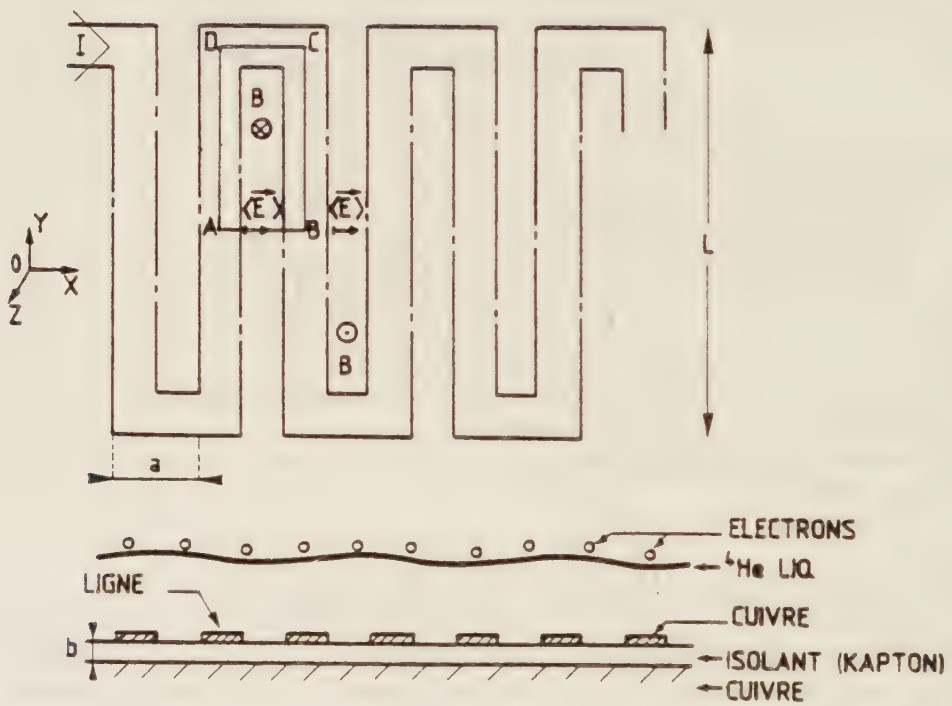


Figure 4.16.

Vue schématique de la ligne excitatrice, et de sa position sous la surface de l'^{4}He. Les dimensions sont L = 2 cm, a = 1,2 × 10^{-2}cm. Les autres symboles qui apparaissent sur la figure sont expliqués dans le texte

Dans nos expériences la fréquence du champ excitateur est balayée entre 1 et 400 Mhz. Le déphasage entre deux branches successives est alors petit, c'est-à-dire $KL \ll 1$.

Nous supposerons aussi que le conducteur est parfait, c'est-à-dire $\vec{E} = 0$ à l'intérieur de celui-ci.

La valeur moyenne du champ électrique entre deux branches successives de la ligne est déterminée de la façon suivante.

L'intégration de l'équation de Maxwell $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{C}\,\partial\vec{B}/\partial t$ le long du circuit ABCD montré sur la figure (4.16) nous donne, le champ $\vec{E}$ étant nul le long du conducteur :

$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{1}{C}\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S} = i\omega \langle B\rangle \frac{aL}{2C}$$

soit

$$\langle E\rangle = \tfrac{1}{2}\, i\omega L \langle B\rangle \qquad (4\text{-}36)$$

Ce champ moyen est induit par le flux du champ magnétique qui varie le long de la ligne comme l'intensité du courant dans le conducteur

$$\langle \vec{E}\rangle = E^{\circ}\hat{x}\, \exp i(k\ell - \omega t) = E^{\circ}\hat{x}\, \exp i(k'x - \omega t) \qquad (4\text{-}37)$$

où $\vec{K}' = \frac{KL}{a}\hat{x}$. Ce champ est longitudinal par rapport à son vecteur d'onde $\vec{K}'$ et se propage avec une vitesse effective $V_L = \left(\frac{a}{L}\right) C$ dans la direction Ox. Dans la direction Oy le champ électrique est nul.

Pour fixer les ordres de grandeur on a pour $\nu = 400$ Mhz un vecteur d'onde $K' = 14\ \text{cm}^{-1}$ ($\lambda \sim 0{,}45$ cm) ; on se trouve alors dans la région des petits vecteurs d'onde.

En plus de ce champ à petit k on a une composante à la longueur d'onde qui correspond au pas de la ligne. Cette composante est due à la présence d'un conducteur de retour, au potentiel nul, près de la ligne conductrice qui canalise les lignes de champ de la façon indiquée sur la figure (4.17).

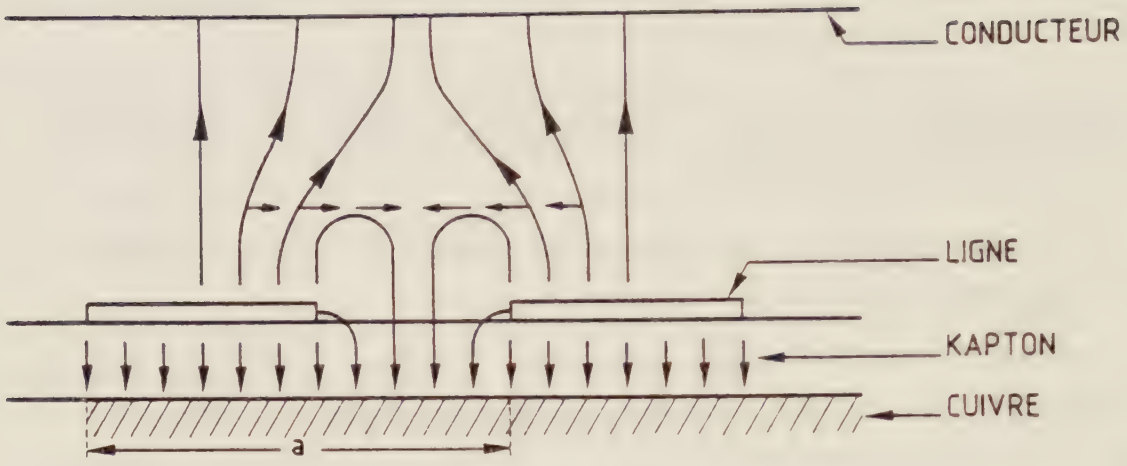


Figure 4.17.

Lignes de champ entre la ligne et des conducteurs à potentiel nul. La densité de lignes de champ est arbitraire.

Encore une fois la présence des conducteurs imposant des conditions aux limites fait apparaitre la géométrie de la cellule expérimentale. On écrit pour le champ total (2) dans le plan des électrons :

$$\vec{E} = \hat{x} \sum_s E_s \sinh\left[k_s (h - z)\right] \exp i(k_s x - \omega t)$$

où $$k_s = \omega / v_L + s\, k_L \qquad s = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (4\text{-}37)$$

et $$E_s = k_s / \sinh\left[k_s (d + h)\right]$$

Le vecteur d'onde k_L est déterminé par la géométrie de la ligne. On a $k_L = 2\pi/a \sim 520\ \text{cm}^{-1}$. Si on regarde le rapport entre le champ à la surface du liquide ($z = 0$) et le champ à la ligne ($z = -d$) pour $s = 1$ (grand vecteur d'onde) on trouve $E(z=0)/E(z=-d) \simeq e^{-k_L d}$ valable lorsque $k_L d > 1$. Si $d \sim 1 \times 10^{-2}$cm ce rapport vaut $5{,}5 \times 10^{-3}$. Le champ au pas de la ligne s'attenue donc très vite lorsqu'on s'éloigne de celle-ci. Par contre dans le cas $s = 0$ et pour $\omega/V_L \sim 5\ \text{cm}^{-1}$ on a $E(z=0)/E(z=d) \sim 2/\sinh 1 \sim 0{,}65$.

En conséquence le champ modulé au pas de la ligne ($s = 1$) sera "vu" par les électrons ($z \sim 0$) seulement pour des niveaux d'^{4}He très faibles ($d < 5 \times 10^{-3}$cm), tandis que le champ à petit vecteur d'onde ($s = 0$)

se fera sentir à $z \sim 0$ pour des hauteurs beaucoup plus importantes.

Dans nos expériences nous n'avons pas encore mis au point le travail à faible hauteur, en conséquence les résultats présentés ici correspondent à l'excitations des modes à faible k[†].

Sur la figure (4.18) on montre les relations de dispersion pour les deux branches de la ligne

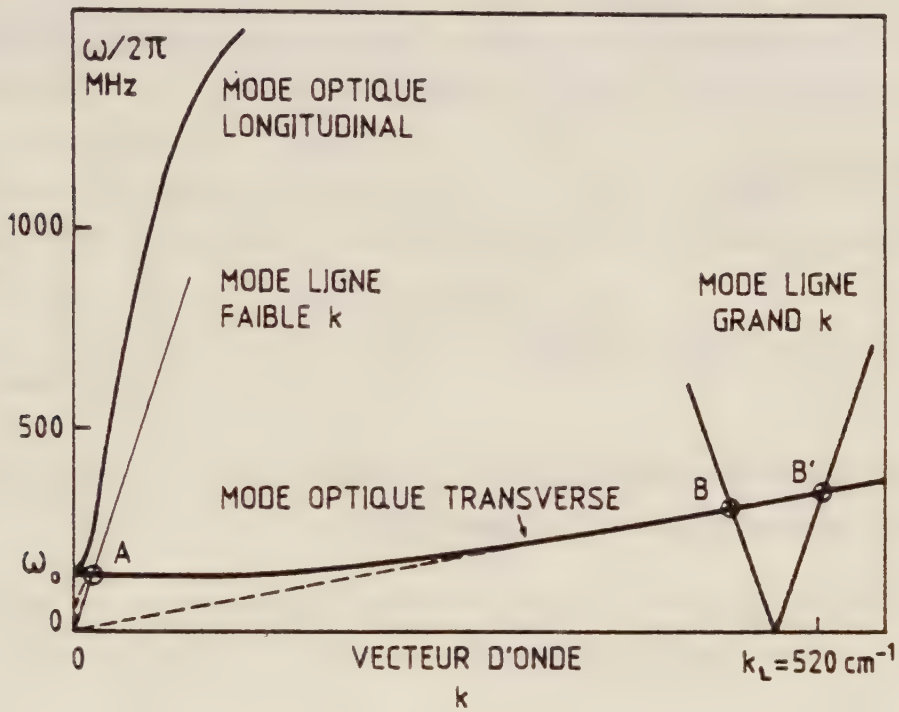


Figure 4.18.

Relations de dispersion des deux branches de la ligne excitatrice.

La branche à petit vecteur d'onde est la branche A, celle à $k = k_c$ est la branche B.

La mesure directe de la vitesse de propagation le long de la ligne donne

$$V_L = (100 \pm 10) \times 10^6 \quad cm/s$$

[†] Notons que les relations que nous avons présentées ici ne tiennent pas compte d'éventuelles conditions aux limites dans le plan aboutissant à une quantification des modes k.

Les ondes électromagnétiques que l'on peut propager dans cette ligne de transmission ne peuvent se coupler qu'aux modes longitudinaux du système électronique (car il n'y a pas de composante transversale du champ électrique). Cependant si on introduit un champ magnétique perpendiculaire à la surface nous avons vu que les modes longitudinaux et transverses sont mélangés ; ainsi la ligne excitatrice peut se coupler aux modes transverses, ou pour être plus précis au mode mélangé ω_{o-}. En d'autres termes le champ magnétique ajoutera à la force de Lorentz une composante qui sera perpendiculaire à la direction de propagation et qui permet en conséquence d'exciter un mouvement transverse. Cette force varie en amplitude le long de la direction Ox.

4.5. Susceptibilité

La puissance absorbée par les électrons à la fréquence ω est donné par

$$P = \frac{N\omega}{2} \chi'' E^2(\omega) \qquad (4\text{-}38)$$

où N est le nombre d'électrons sur notre échantillon et χ'' est la partie imaginaire de la susceptibilité par électron.

On peut écrire la susceptibilité, d'après l'équation (4.24) et avec la notation de l'équation (4.25) sous la forme

$$\chi_{xx}(\vec{k},\omega) = \frac{1}{m} \frac{\left(D_t + i\frac{\omega}{\tau}\right)}{\left(D_\ell + i\frac{\omega}{\tau}\right)\left(D_t + i\frac{\omega}{\tau}\right) - \omega^2\omega_c^2} \qquad (4\text{-}39)$$

où

$$D_\lambda(k) = \omega^2 - \omega_\lambda^2 - \sum_p \frac{M_p}{m} \frac{\omega^2\Omega_p^2}{\omega^2 - \Omega_p^2} \quad , \quad \lambda = \ell, t .$$

où on a introduit τ, le temps de collision phonon-ripplon.

On a vu dans la section 4 que la présence d'un champ magnétique permet le couplage des modes longitudinal et transverse. Notre ligne de transmission est alors capable d'exciter le mode ω_{o-} comme on a vu sur la figure (4.15).

Lorsque la relation de dispersion de la ligne traverse la branche ω_{o-} on aura une absorption d'énergie par la couche électronique.

La ligne se couple aussi, bien que plus faiblement, aux modes "acoustiques" (qui ne sont pas montrés sur la figure) ce que nous utilisons pour déterminer la densité de surface (voir chapitre 6).

Il est instructif d'estimer la puissance absorbée par les électrons dans quelques limites asymptotiques.

a) Champ magnétique nul

Dans ce cas il n'y a pas d'énergie dissipée dans les modes transverses. On peut pour simplifier se limiter au premier mode du ripplon et déterminer la puissance absorbée par le mode acoustique. Dans ce cas

$$\chi = \frac{1}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_e^2 - \frac{M}{m} \frac{\omega^2 \Omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} + i \frac{\omega}{\tau}}$$

Si on suppose en plus que $\Omega \gg \omega$ on a

$$\chi'' = \frac{1}{m+M} \frac{\omega_{ac}/\tau'}{(\omega_{ac}^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega_{ac}^2}{\tau'^2}} \qquad (4\text{-}40)$$

où

$$\tau' = \frac{M+m}{m} \tau \quad \text{et} \quad \omega_{ac} = \left(\frac{m}{m+M}\right)^{1/2} \omega_e$$

On observe que la largeur de raie τ est divisée par un facteur $(M+m)/m \gg 1$, et que la fréquence est réduite par le facteur $\sqrt{m/(M+m)}$. En gros pour l'observation de ces modes il faut travailler à un niveau ~ 100 fois plus élevé que pour le mode optique.

b) Champ magnétique non nul

Les limites asymptotiques à considérer sont comme avant $\omega_c \to 0$ et et $\omega_c \to \infty$. Examinons d'abord le cas $\omega_c \to 0$. On a d'après les équations (4.34) :

$$\omega_{o+}^2 = \omega_e^2 + \omega_o^2 + \omega_c^2 \frac{\omega_e^2 + \omega_o^2}{\omega_l^2 - \omega_t^2}$$

$$\omega_{o-}^2 = \omega_t^2 + \omega_o^2 - \omega_c^2 \frac{\omega_e^2 + \omega_o^2}{\omega_l^2 - \omega_t^2} \qquad (4\text{-}41)$$

D'autre part on peut écrire (4.39) sous la forme

$$\chi = \frac{1/m}{\left(D_\ell + i\frac{\omega}{\tau}\right) - \frac{\omega_c^2\omega^2}{\left(D_t^2 + \omega^2/\tau^2\right)}\left(D_t - i\frac{\omega}{\tau}\right)}$$

En exprimant ω_o^2 en fonction de ω_{-o}^2, ω_ℓ^2 et de ω_t^2 on a

$$D_\ell = (\omega_{o-}^2 - \omega^2) + (\omega_\ell^2 - \omega_t^2)$$

$$D_t = (\omega_{o-}^2 - \omega^2)$$

Au voisinage de la raie transverse (ω_{o-}) on a $D_\ell \gg D_t$. Si en plus $(\omega_c\tau)^2 \gg 1$, $\omega_\ell^2 \gg (\omega_-/\tau)^2$ on trouve

$$\chi'' \cong \frac{1}{m}\frac{\omega/\tau}{\left[(\omega_-^2 - \omega^2) + \frac{\omega^2}{\tau^2}\right]}\frac{\omega^2\omega_c^2}{(\omega_\ell^2 - \omega_t^2)^2} \qquad (4.42)$$

La puissance absorbée est alors

$$P \underset{\omega\sim\omega_{o-}}{\simeq} \frac{e^2}{2m}\frac{\omega^2/\tau\, E_\omega^2}{\left[(\omega^2 - \omega_-^2) + \frac{\omega^2}{\tau^2}\right]}\frac{\omega_-^2\omega_c^2}{(\omega_\ell^2 - \omega_t^2)^2} \qquad (4.43)$$

Puisque ω_{o-} varie peu avec ω_c lorsque $\omega_c^2 \ll \omega_\ell^2 - \omega_t^2$ on peut affirmer que la puissance dissipée dans le mode optique transverse à faible champ magnétique, varie comme le carré de B. La largeur de raie n'est pas affectée au premier ordre en B, par rapport à la largeur à B = 0.

Dans la limite $\omega_c \to \infty$ les solutions asymptotiques sont (voir eq. 4)

$$\omega_{o+} \simeq \omega_c$$

$$\omega_{o-} \simeq \left[(\omega_\ell^2 + \omega_o^2)(\omega_t^2 + \omega_o^2)\right]^{1/2}/\omega_c$$

et la puissance absorbée a la forme :

$$P \underset{\omega\sim\omega_{o-}}{\simeq} \frac{e^2}{2m}\frac{\omega^2/\tau'\, E_\omega^2}{\left[(\omega^2 - \omega_{o-}^2) + \frac{\omega^2}{\tau'^2}\right]}\frac{(\omega_o^2 + \omega_t^2)}{\omega_c^2} \qquad (4.44)$$

où
$$\tau' = \tau \frac{\omega_c^2}{2\omega_o^2 + \omega_\ell^2 + \omega_t^2} \qquad (4\text{-}45)$$

L'amplitude à résonance varie comme $(\omega_o^2+\omega_t^2)/(2\omega_o^2+\omega_\ell^2+\omega_t^2)$ et ne dépend pas du champ magnétique. La largeur de raie varie comme $1/\omega_c^2$.

Sur la figure (4.19) on montre la puissance absorbée en fonction de ω_c qui a un maximum pour un champ magnétique tel que $\omega_c^2 \sim \omega_\ell^2 - \omega_t^2$. Pour des vecteurs d'onde compris entre 0 et 20 cm^{-1} cela correspond typiquement à un champ magnétique de l'ordre de 300 Gauss pour $n \sim 9 \times 10^8 cm^{-2}$

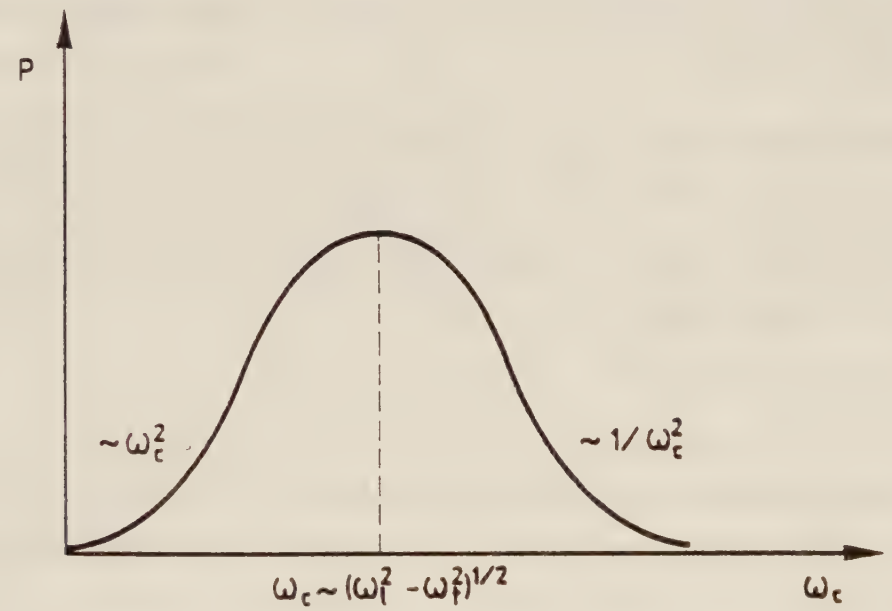


Figure 4.19.

Puissance absorbée en fonction de ω_c.

Pour résumer on peut dire que notre ligne nous permet d'exciter des modes transverses à petit (branche A) et grand vecteur d'onde (branche B). La portée du champ E_x dans la direction z est très différente pour les branches A et B, la deuxième s'atténuant très rapidement lorsque on s'éloigne de la ligne ($\sim \exp(-520\ d)$).

La branche A coupe le spectre des modes couplés phonon-ripplon en plusieurs points. A champ magnétique nul, les modes transverses (optiques et acoustiques) ne sont pas couplés à la ligne et sont donc invisibles. Parmi les modes longitudinaux, le mode optique est en général à fréquence trop élevée pour être excité à résonance. Selon la densité, on peut toutefois être sensible à la "queue" du mode longitudinal, lorsque la branche A s'en approche à une distance de l'ordre de la largeur de raie.

A basse température, lorsque M_p devient important on doit observer la série de modes acoustiques longitudinaux, de fréquences voisines de celles de ripplons $\Omega p/2\pi$, de faible largeur (une dizaine de Mhz) par rapport aux modes optiques et dont l'amplitude décroît avec l'ordre p des modes ripplons.

A champ magnétique non nul le mode ω_{o+} s'éloigne encore vers les hautes fréquences, tandis que le mode ω_{o-} apparaît et est déplacé vers les basses fréquences avec le champ magnétique. Son amplitude est maximale lorsque $\omega_c \sim(\omega_{o+}^2 - \omega_{o-}^2)^{1/2}$, puis décroit jusqu'à s'annuler lorsque ω_c dépasse cette valeur.

La position du pic ω_{o-} ne permet pas de mesurer la vitesse du son transverse car à faible champ magnétique $\omega_{o-}^2 \simeq \omega_o^2 + \omega_t^2 \simeq \omega_o^2$ ($\omega_t \ll \omega_o$ à ces vecteurs d'onde) et on ne peut pas mesurer la vitesse du son transverse C_t. En revanche, la valeur de ω_{o-} permet de mesurer le facteur Debye-Waller (D-W) qui nous permettra de remonter jusqu'à C_t comme nous verrons par la suite.

La série des pics acoustiques permet de vérifier que le réseau est effectivement triangulaire et de mesurer la densité avec précision.

La branche B traverse comme avant les modes acoustiques et l'optique transverse. Celui-ci est invisible en champ magnétique nul comme pour la branche A. Les modes acoustiques sont à ces vecteurs d'onde pratiquement découplés du mouvement électronique, ce sont des modes de ripplon purs non excitables électriquement.

Lorsque le champ magnétique augmente les modes transverses doivent apparaitre comme pour la branche A. Le champ magnétique caractéristique

est toutefois beaucoup plus élevé que pour la branche A.

Nous allons dans la section suivante faire une analyse de notre spectromètre pour montrer les quantités physiques qui sont accessibles à la mesure.

4.6. Spectromètre

Considérons premièrement la figure (4.20) qui décrit très schématiquement une partie de notre spectromètre. Un générateur d'onde sinusoïdale à fréquence variable (1 → 400 Mhz) envoie un signal $V(t) = Vo \exp(i\omega t)$ vers notre ligne excitatrice (indiqué LIGNE sur la figure) et aussi vers une ligne de compensation dont la longueur est réglée de façon à fournir une tension de référence $V_R = V_R^o \exp i(\omega t + \phi_R)$ à l'entrée du mélangeur. On considère, pour simplifier, que le déphasage sur les cables coaxiaux qui connectent les différents éléments est très inférieur à celui qui a lieu sur la ligne ϕ_L. On aura alors V(t) à l'entrée de la ligne et $V_I(t) = V_I^o \exp i(\omega t + \phi_L + \delta)$ à la sortie. La variation dans l'amplitude V_I et le déphasage δ sont dues, en principe, à une éventuelle absorption par les électrons couplés à la ligne. En pratique V_I^o varie déjà avec la fréquence de façon indépendante de cette absorption car on a une atténuation sur la ligne qui dépend de la fréquence.

Examinons maintenant la relation entre $V_I(t)$ et la susceptibilité définie dans l'équation (4.39).

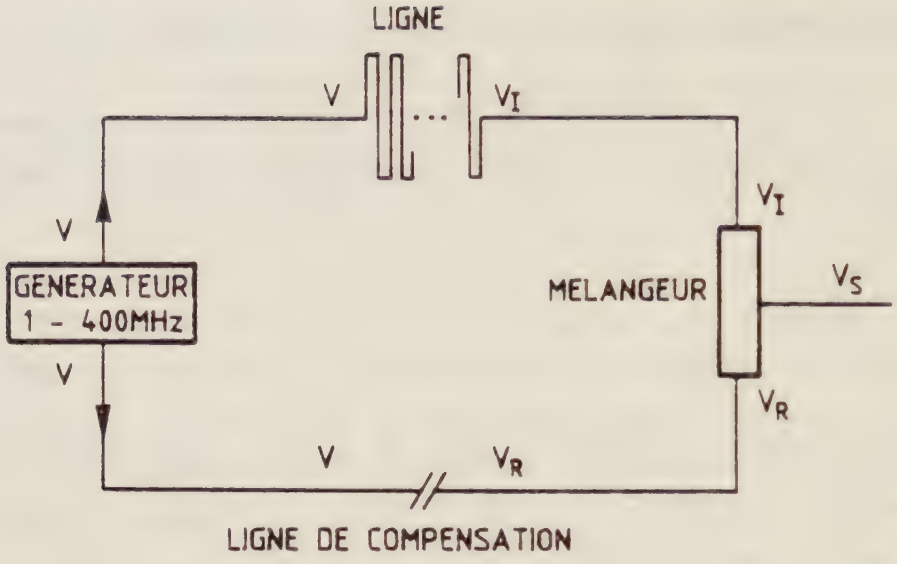


Figure 4.20.

Vue schématique d'une partie du spectromètre.

Pour déterminer cette relation on écrira la tension à la sortie de la ligne et en absence d'absorption par les électrons dans la forme

$$V_I(t) = V(t)\, W(\omega)\, e^{i\phi_L} \qquad (4\text{-}46)$$

où le facteur $W(\omega)$ tient compte de l'atténuation dans la ligne et ϕ_L est le déphasage de l'onde électromagnétique dû à la longueur de la ligne.

On peut maintenant tenir compte de l'absorption par les électrons. En plus de l'atténuation et du déphasage on aura une variation de la forme

$$\delta V_I(t) = i\, N \alpha(\omega)\, \chi_{xx}(k,\omega)\, V_I(t) \qquad (4\text{-}47)$$

où $\alpha(\omega)$ est réel et $\chi_{xx}(k,\omega)$ est la susceptibilité par électron.

On a donc, en général,

$$V_I(t) = V(t)\, W(\omega)\, e^{i\phi_L} \left(1 - i\, N \alpha(\omega)\, \chi_{xx}(k,\omega)\right)$$

qu'on peut écrire sous la forme

$$V_I(t) = V(t)\, W(\omega)\, e^{i(\phi_L + \delta)} \left[\left(1 + N\alpha(\omega)\chi''_{xx}\right)^2 + \left(N\alpha(\omega)\chi'\right)^2\right]^{1/2} \qquad (4\text{-}48)$$

avec

$$tg\,\delta = \frac{-N\alpha(\omega)\chi'_{xx}}{1 + N\alpha(\omega)\chi''_{xx}} \qquad (4\text{-}49)$$

qui au premier ordre dans la susceptibilité deviennent

$$V_I \simeq V(t)\,W(\omega)\,e^{i(\phi_L+\delta)}\,(1 + N\alpha(\omega)\chi'') \qquad (4\text{-}50)$$

avec

$$tg\,\delta = -N\alpha(\omega)\chi' \qquad (4\text{-}51)$$

La tension $V_I(t)$ est par la suite demodulée dans le mélangeur en donnant une tension $V_s(t)$ composée d'une partie en continu plus des harmoniques de la fréquence fondamentale ω. La partie qui nous intéresse est la partie en continu les harmoniques étant filtrés par la suite.

La partie réelle de V_s continu s'écrit alors

$$V_s = \lambda V_o\,W(\omega)\,(1 + N\alpha(\omega)\chi''_{xx}) \qquad (4\text{-}52)$$

où λ dépend de la conductance des différents éléments du mélangeur.

Faisons maintenant quelques observations à propos de (4.52).

Pour que la variation de V_s reflète une absorption de puissance par les électrons (sans mélange avec la dispersion) il est nécessaire que la phase de référence soit égale à ϕ_L (rappelons que la puissance absorbée est proportionnelle à χ'') car dans ce cas on aura, en premier ordre en χ, $\cos\delta \simeq 1$. Par contre si $\phi_L - \phi_R = \Delta\phi \neq 0$ on aura

$$V_s = \lambda V_o W(\omega)\left\{(1 + N\alpha(\omega)\chi''_{xx})\cos\Delta\phi + N\alpha(\omega)\chi'_{xx}\,\mathrm{sen}\,\Delta\phi\right\} \qquad (4\text{-}53)$$

et V_s a une contribution dispersive au premier ordre. Avoir une réponse seulement dissipative est importante pour pouvoir interpréter nos spectres d'une façon relativement simple. On verra par la suite expérimentalement comment on peut déterminer l'absence de dispersion par la symétrie de la raie cyclotron.

La ligne excitatrice est construite pour être accordée à 50 Ω à basse température. Toutefois, l'accord n'est pas parfait, et il subsiste sur le signal directe en transmission des oscillations en fonction de la fréquence correspondant à la condition de résonance des ondes stationnaires sur la ligne, comme on peut voir sur la figure (4.22).

Pour avoir une meilleure sensibilité tout en éliminant ces oscillations parasites, nous utilisons une détection synchrone. A cet effet on ajoute au potentiel entre les électrons de la cellule une partie modulée à basse fréquence ω_M. En d'autres termes, on module $E_\perp$ et donc les paramètres qui en dépendent, c'est-à-dire ω_o et $1/\tau$ comme on peut

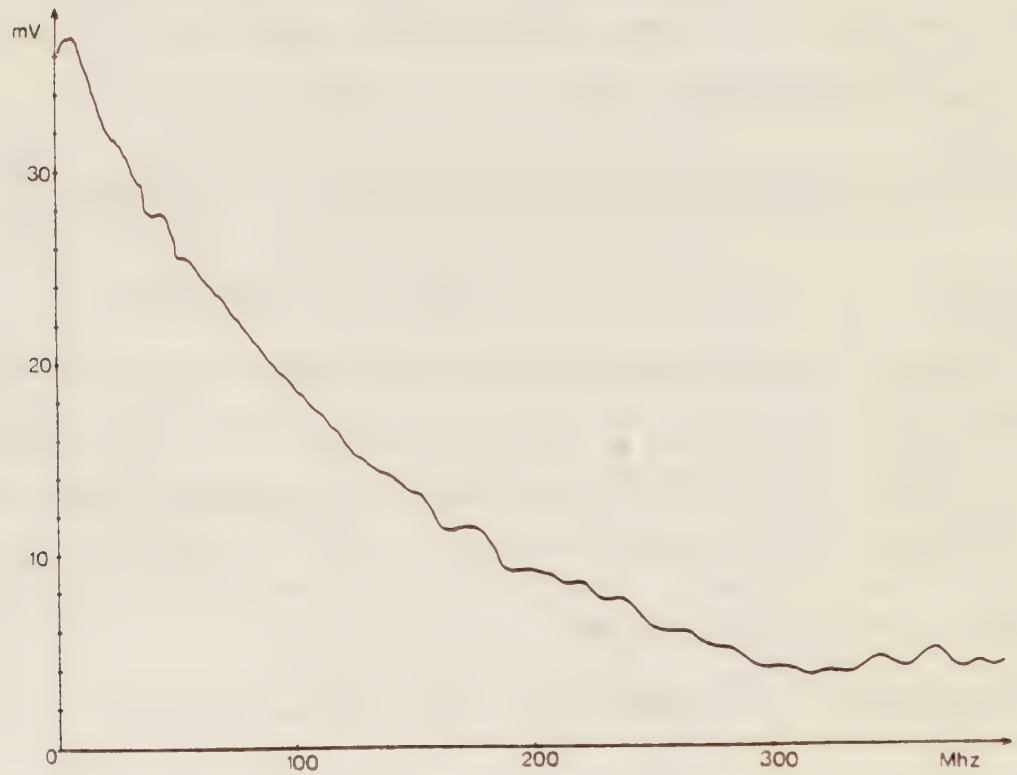


Figure 4.22.

Variation de la tension à la sortie du mélangeur en fonction de la fréquence. La variation dans l'amplitude est une conséquence de la dépendance en fréquence de l'atténuation. On observe aussi des ondulations qui sont produites par l'accord imparfait des impédances dans les différentes parties de la ligne. Cette absorption directe est très peu modifiée par la présence des électrons, et on peut l'assimiler au facteur λV^o dans (4.52).

voir des équations (4.20) et (3.12) respectivement.

Le signal[†] V_s qui dans ces conditions a une partie modulée à la fréquence ω_M est envoyée par la suite dans un détecteur synchrone (PSD) à la fréquence ω_M. Le signal à la sortie du PSD est enregistrée sur une table traçante X-Y. Les éléments du spectromètre sont schématisés sur la figure (4.23).

Examinons maintenant le produit final de notre détection.

La variable de $E_\perp$ à la fréquence ω_M entraine, si la tension de modulation est petite, une variation de la susceptibilité du système $\chi \to \tilde{\chi}$ et on a

$$\tilde{\chi} - \chi = \frac{\partial \chi}{\partial \omega_o^2} \Delta\omega_o^2 + \frac{\partial \chi}{\partial (\frac{1}{\tau})} \Delta\left(\frac{1}{\tau}\right) \qquad (4\text{-}54)$$

où $$\Delta\left(\frac{1}{\tau}\right) \cong \frac{2E_\perp'}{(E_o + E_\perp)} \frac{1}{\tau} \cos\omega_M t = \frac{A}{\tau} \cos\omega_M t \qquad (4\text{-}55)$$

et $$\Delta\omega_o^2 \simeq \frac{2E_\perp'}{E_\perp} \omega_o^2 \cos\omega_M t = B\omega_o^2 \cos\omega_M t \qquad (4\text{-}56)$$

Dans cette dernière relation on ne tient pas compte de l'interaction de polarisation.

Le calcul des dérivés dans (4.54) permet d'écrire

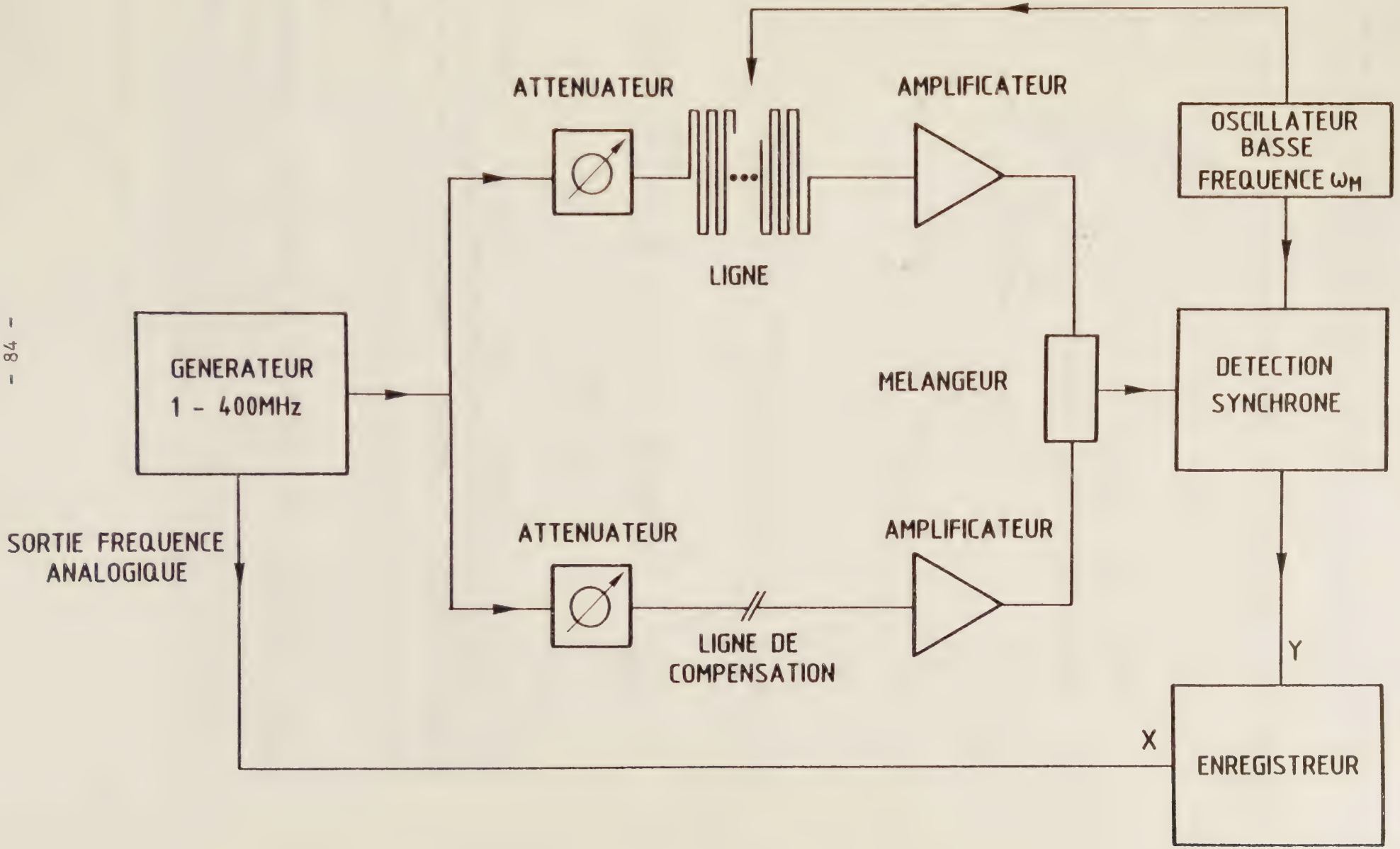
$$\tilde{\chi} - \chi = \left[-\chi + \chi^2\left(\left[D_t + \frac{i\omega}{\tau}\right] + \left[D_t + \frac{i\omega}{\tau}\right]\right)\right] \frac{(B + i\omega A)}{(D_t + \frac{i\omega}{\tau})} \cos\omega_M t \qquad (4\text{-}57)$$

qu'on écrira $\tilde{\chi} - \chi = \Delta\chi \cos\omega_M t$.

On introduit alors dans le PSD le signal perturbé :

$$V_s = \lambda V_o W(\omega) \left(1 + N\alpha(\omega)\chi'' + N\alpha(\omega)\Delta\chi'' \cos\omega_M t\right)$$

[†] On supposera par la suite que $\Delta\phi = 0$.


ATTENUATEUR
AMPLIFICATEUR
OSCILLATEUR BASSE FREQUENCE ωM
LIGNE
GENERATEUR 1 - 400MHz
MELANGEUR
DETECTION SYNCHRONE
ATTENUATEUR
AMPLIFICATEUR
SORTIE FREQUENCE ANALOGIQUE
LIGNE DE COMPENSATION
Y
X
ENREGISTREUR

duquel on ne retiendra que la partie modulée à la fréquence ω_M. A la sortie du PSD notre signal est alors

$$V_{PSD} = \lambda N \alpha(\omega) V_o \Delta\chi'' \qquad (4\text{-}58)$$

Passons maintenant au chapitre 5 pour l'examen des résultats expérimentaux.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE IV

(1) - E.P. Wigner, *Phys. Rev.* 46, *1002 (1934)*

(2) - P.M. Platzman and Fukuyama, *Phys. Rev. B* 10, *3150, (1974)*

(3) - Lynn Bonsall and A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B* 15, *1959 (1977)*

(4) - F.I.B. Williams, *Journal de Physique, Colloque C3 supp. au N°4* 41, *249 (1980)*

(5) - F. Gallet, *Thèse 3ème cycle, Université de Paris VI (1980)*

(6) - V.B. Shikin and Yu P. Monarkha, *Sov. Phys. JETP,* 38, *373 (1974)*

(7) - Daniel S. Fisher, B.I. Halperin and P.M. Platzman, *Phys. Rev. Lett.* 42, *798 (1979)*

(8) - C.C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* 42, *795 (1979)*

(9) - D. Ceperley, *Phys. Rev.* B18, *3126 (1978)*

(10) - A. Alastuey, *Phys. Lett.* 76A, *134 (1980)*

CHAPITRE V

RESULTATS EXPERIMENTAUX

1. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans l'introduction nous avons mentionné brièvement le but de nos expériences. Revenons maintenant sur ceci.

Notre but est d'exciter une onde de polarisation transverse à différentes températures et d'en déduire le comportement du module de cisaillement par la mesure de la position en fréquence de la branche ω_{o-}.

Considérons les relations (4-34) valables pour les faibles champs magnétiques. D'une part il y a le mode ω_{o+} décalé vers les hautes fréquences et qui est en général à fréquence trop élevée pour être détecté par notre spectromètre[†] (typiquement $\omega_{o+} > 400$ Mhz qui est notre fréquence limite de travail). D'autre part il y a le mode ω_{o-} qui peut être placé dans notre gamme de fréquences grâce à un choix judicieux des paramètres expérimentaux.

Concentrons nous sur ce mode ω_{o-} qui s'écrit d'après (4.34) et pour les faibles k ($\omega_o \gg \omega_t$, $\omega_\ell \gg \omega_t$)

$$\omega_{o-} \simeq \omega_o \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_\ell^2}\right) \qquad (5\text{-}1)$$

Ce mode dépend donc de la valeur de ω_o dont le comportement en température est conséquence du facteur de Debye-Waller. Nous avons déduit de nos mesures la valeur de W en fonction de la température.

Passons maintenant à une étude plus détaillée de ceci.

5.1. Evolution de W avec la température

Considérons maintenant l'évolution de W avec la température. Pour la déduire de nos expériences nous comparons le spectre expérimental avec un spectre calculé numériquement d'après la partie réelle du facteur indépendant du temps dans la relation (4.57) noté $\Delta\chi''$.

En principe le seul paramètre ajustable est W. Dans la pratique on ajuste, en plus, trois autres paramètres : $1/\tau$, A et B où A et B tiennent compte de l'effet de la modulation sur $1/\tau$ et sur la fréquence optique

---

[†] A basse densité on peut observer les deux modes ($n \sim 1 \times 10^8$).

respectivement (voir chapitre 4 section 6).

Disons d'abord quelques mots sur le temps de collision τ. A ce jour il existe dans la littérature (1,2) quelques mesures du temps de collision dans le solide mais la situation n'est guère claire puisque les mesures réalisées sur des expériences différentes montrent des variations de la mobilité avec la température qui sont assez différentes. Nous ne possédons donc pas de détermination indépendante de τ en fonction de $E_\perp$ et de la température. L'ordre de grandeur de τ est toutefois compatible avec celui, expérimental, de Grimes et Adams (voir chapitre 3 section 4) bien que nous trouvons que τ augmente lorsqu'on diminue la température.

Examinons maintenant les paramètres A et B, explicités dans les relations (4-55) et (4-56). De ces expressions il ne faut retenir que l'ordre de grandeur puisque, par exemple, dans (4-55) nous avons pris le temps de collision dans le liquide et dans (4-56) nous avons négligé l'interaction de polarisation. En outre l'équation (4-54) n'est valable que lorsque la tension de modulation est de quelques pour cent de la tension totale. Dans nos expériences nous avons utilisé des tensions de modulation de l'ordre de 10% de la tension totale.

Un point important est que pour un échantillon donné (densité, hauteur d'hélium fixée) et lorsque les paramètres de couplage sont fixés ($E_\perp$ et champ magnétique), la *position* de la raie ne dépend que du facteur W. L'amplitude relative des pics dépend de la valeur relative de A et B et la largeur dépend de τ.

On procède donc, de la façon suivante:on choisit W pour se placer sur une raie à une fréquence d'environ 200 Mhz. On ajuste par la suite A et B, puis τ. Au cours de la variation en température les paramètres A et B restent fixes.

Sur la figure (5.1) on montre un spectre expérimental et les courbes théoriques ainsi ajustées pour trois valeurs de la température.

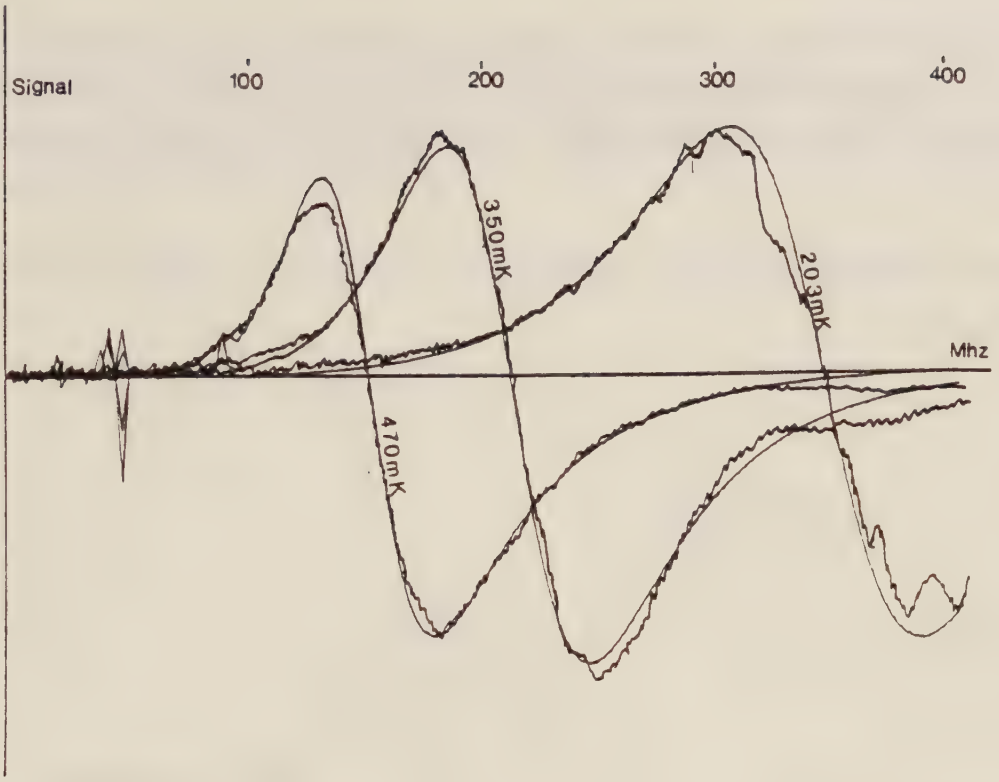


Figure 5.1.

Comparaison des spectres expérimentaux et théoriques pour trois températures différentes. Pour ajuster ces courbes on a pris $A = 7 \times 10^{-2}$, $B = 5 \times 10^{-2}$. *On trouve que l'ordre de grandeur de* $1/\tau$ *est celui trouvé par Grimes et Adams dans le liquide avec une variation en température :*

$T = 203$ mK, $(W = 0{,}21)$ $1/\tau \sim 2200$ M rad s^{-1}

$T = 350$ mK, $(W = 0{,}34)$ $1/\tau \quad 2300$ M rad s^{-1}

$T = 470$ mK, $(W = 0{,}43)$ $1/\tau \quad 2500$ M rad s^{-1}

La valeur donnée par Grimes et Adams est de 2140 M rad s^{-1}.

Sur cette figure on observe à haute fréquence la présence d'ondulations qui sont une rémanence des oscillations sur la ligne dues à un accord imparfait des impédances. Les oscillations se superposent à la raie d'absorption et ne se déplacent pas avec la température.

Les pics à basse fréquence sur la courbe théorique correspondent aux modes acoustiques. Leur grande amplitude est une conséquence du comportement singulier de χ à $\omega = \Omega p$ comme on peut le voir d'après la relation (4.39).

En utilisant la méthode décrite plus haut, nous avons ajusté des spectres à différentes densités et champs magnétiques. Sur la figure (5.2) on montre la variation de W avec la température pour trois densités.

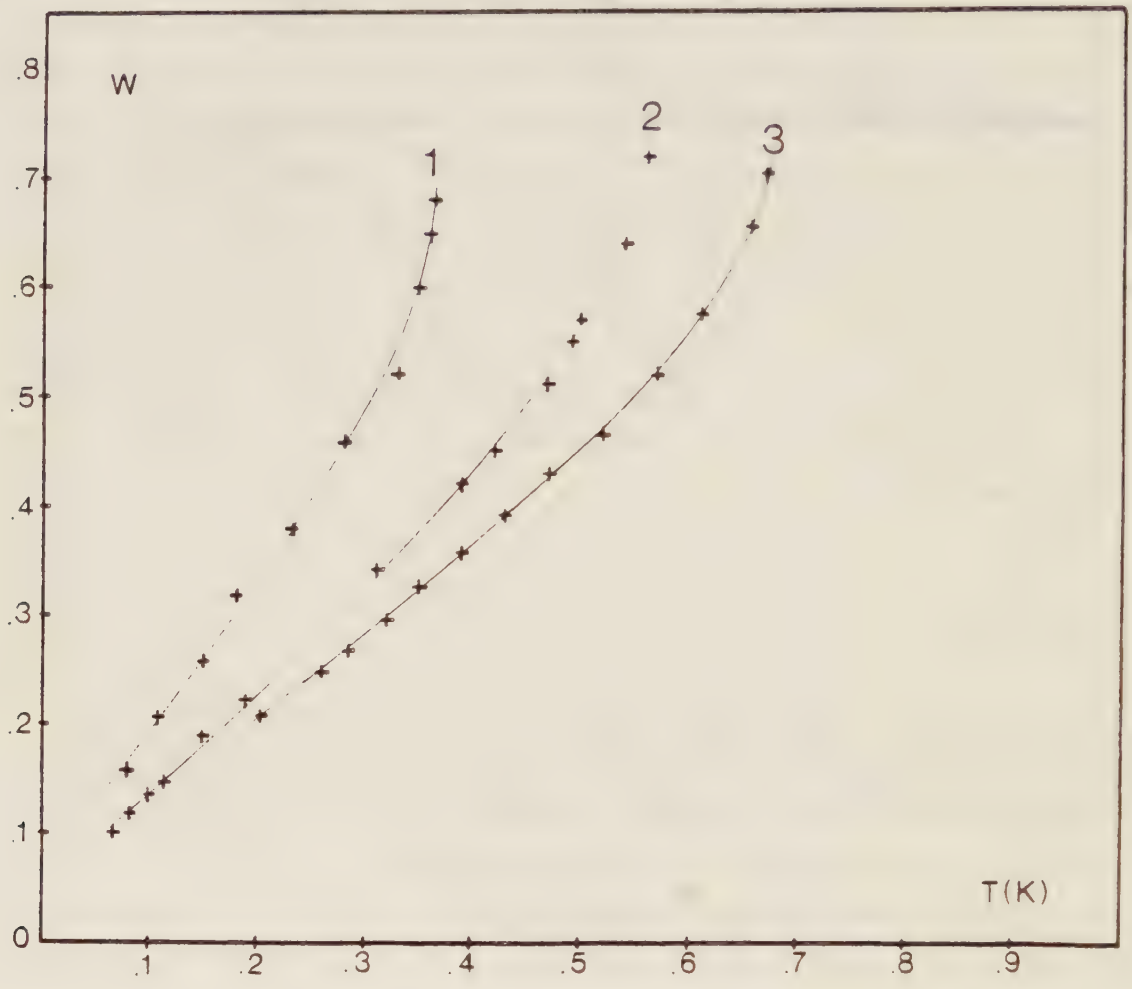


Figure 5.2.

Variation de W avec la température.

1 : $n = 2{,}24 \times 10^{8}\,cm^{-2}$, $\nu_c = 101$ Mhz, $\Gamma_m = 124 \pm 3$
2 : $n = 5{,}70 \times 10^{8}\,cm^{-2}$, $\nu_c = 788$ Mhz, $\Gamma m = 126 \pm 3$
3 : $n = 8{,}15 \times 10^{8}\,cm^{-2}$, $\nu_c = 1690$ Mhz, $\Gamma_m = 126 \pm 3$

Ici ν_c est la fréquence cyclotron $\nu_c = \frac{1}{2\pi}\frac{e}{mc} H$ et Γ_m la valeur de Γ à la fusion avec une cte diélectrique $\varepsilon = 1$.

Sur la figure (5.2) on observe, lorsqu'on se déplace vers les hautes températures, que W a un comportement approximativement linéaire, suivi d'une croissance plus rapide. Le dernier point sur chaque courbe correspond à la valeur de W pour laquelle la raie optique transverse disparait.

Nous interprétons cette disparition comme la perte de corrélation translationnelle qui coincide avec le dépiégeage des électrons de la déformation de surface. L'évolution et disparition du pic optique est montrée sur les figures (5.3a et b).

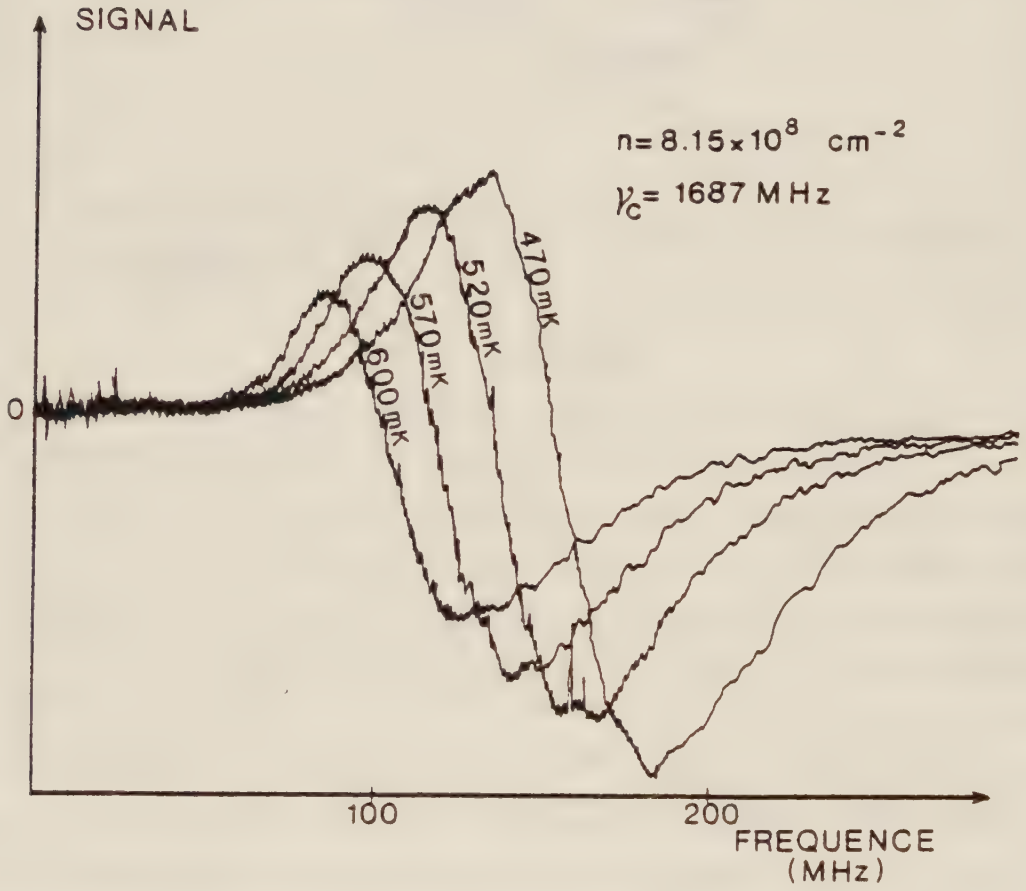


Figure 5.3a

Evolution de ω_{o-} avec la température.

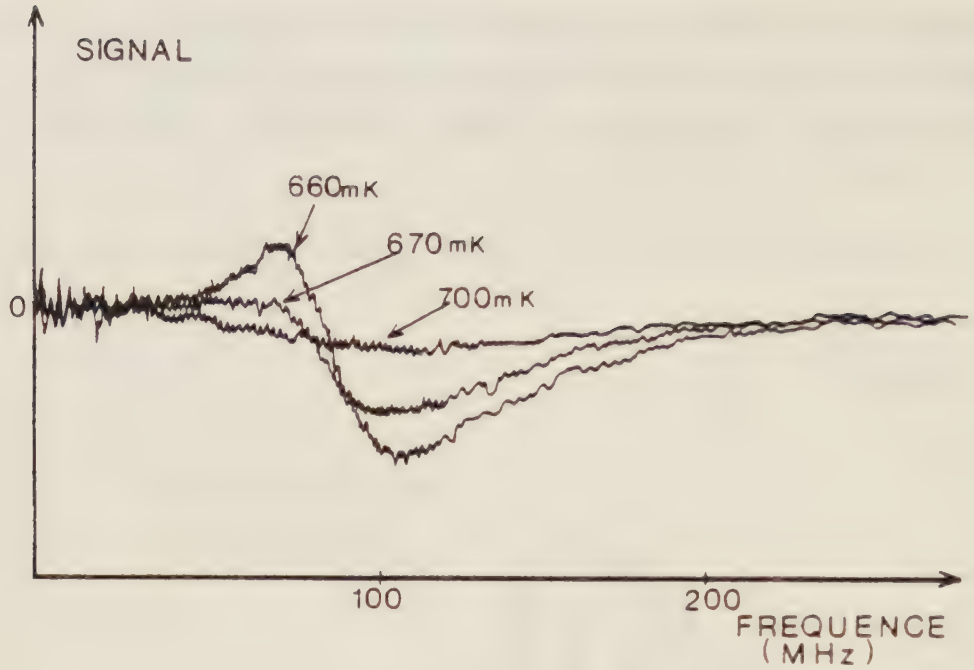


Figure 5.3b

Déplacement de ω_{o-} jusqu'à la fusion. $T_m \simeq 670\,mk \pm 5mk$.

Nous allons considérer comme température de fusion T_m la température à laquelle disparait le pic optique, bien qu'on puisse observer sur nos courbes une évolution ultérieure du spectre à $T > T_m$ avant d'arriver à une température où il n'y a plus d'évolution (cela n'est pas visible sur la figure 5.3). Nous sommes incapables de dire si cette région correspond à une phase intermédiaire "hexatique" comme il est proposé par le modèle décrit dans le chapitre 2 section 2.

La connaissance de la densité (voir chapitre 6 section C) et de la température de disparition du mode ω_{o-} nous permet de déterminer la valeur de Γ qui délimite deux phases. On trouve pour plusieurs densités que sa valeur est effectivement universelle dans la plage de densités explorées. Sur la figure (5.4) on a porté $n^{1/2}$ en fonction de T_m pour plusieurs échantillons. On a porté aussi quelques points déterminés par le critère d'immobilité du spectre.

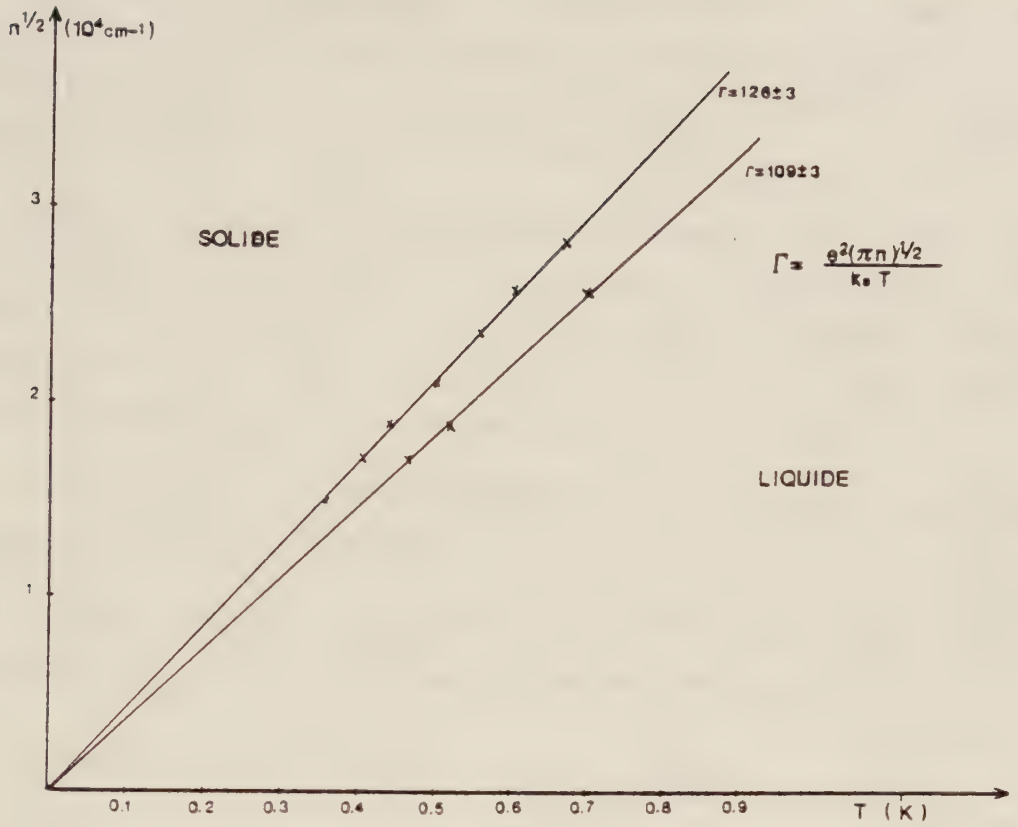


Figure 5.4.

Détermination de la frontière de séparation de phases par le critère de disparition du pic optique ($\Gamma = 126 \pm 3$), *et de l'immobilité du spectre* $\Gamma = 109 \pm 3$.

On a obtenu aussi du dépouillement des spectres, la variation de la fréquence optique transverse avec la température montrée sur la figure (5.5). On a tracé une courbe par les points expérimentaux comme aide à la visualisation. On peut observer que la courbure change près de la fusion ce qui correspond dans le modèle de fusion par dislocations au moment où la densité de paires est assez élevée pour faire diminuer la résistance au cisaillement.

Rappelons que la fréquence *mesurée* est ω_o décalée vers les basses fréquences à cause du champ magnétique, c'est-à-dire ω_{o-}.

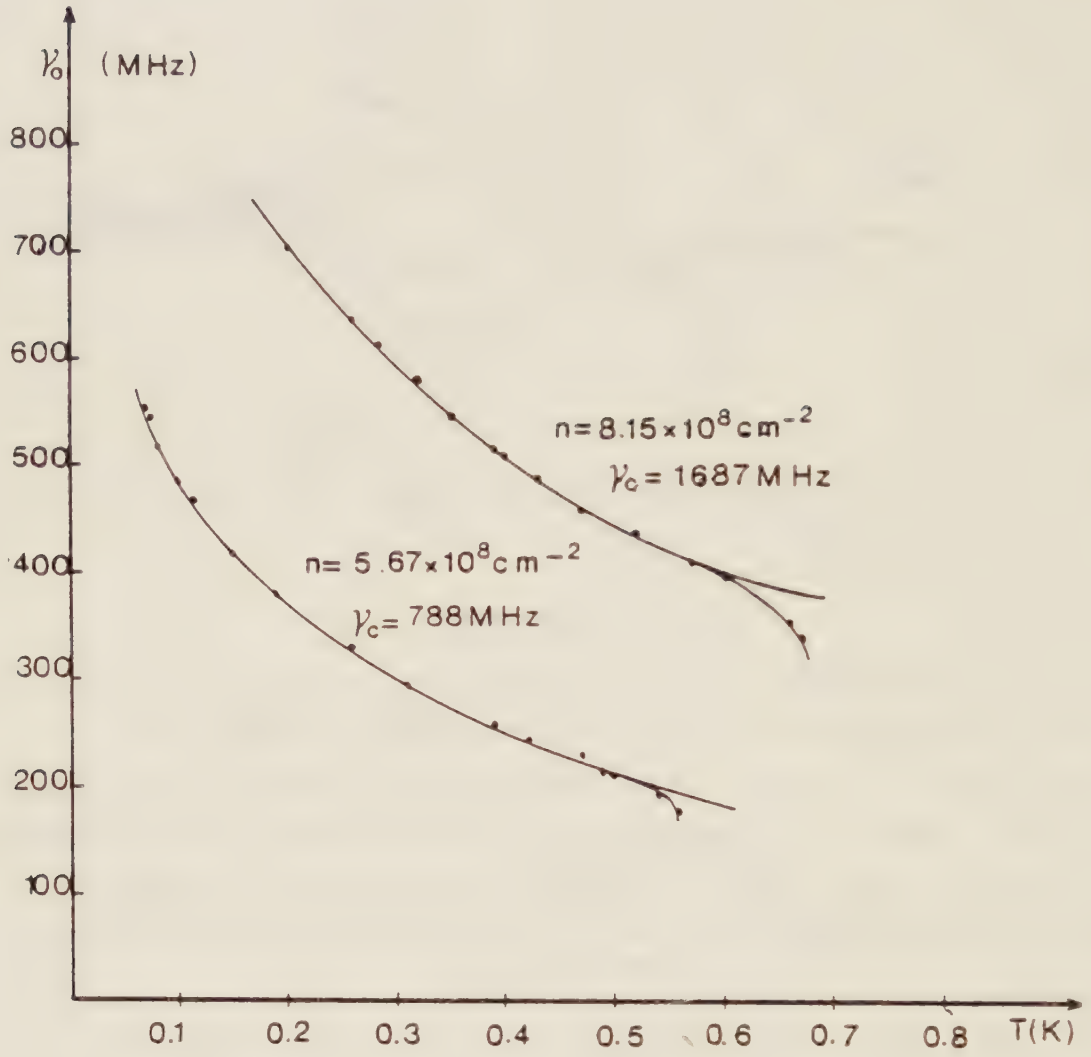


Figure 5.5.

Variation de la fréquence optique ν_o avec la température pour deux échantillons différents ; $\nu_o = \omega_o / 2\pi$.

Le problème de la dépendance des fluctuations en champ magnétique est relié à celui du choix de la fréquence de coupure dans l'intégrale de l'équation (4.18).

Au début du chapitre (4.3) on a vu que la séparation en deux régimes (lent et rapide) était délimité par la fréquence de coupure ω_m. Pour des fréquences supérieures à ω_m la surface ne suit plus le mouvement électronique.

En absence de champ magnétique le spectre des modes couplés phonon-ripplon fournit une limite naturelle qui est la fréquence optique ω_o (équation 4-29), fréquence d'oscillation de l'électron dans la déformation permanente. On a pris alors $\omega_m = \omega_o$.

En présence d'un champ magnétique la fréquence ω_o se déplace vers les basses fréquences comme on peut voir sur la figure (4.15). La cohérence de notre méthode pour choisir la fréquence de coupure exige alors de prendre ω_{o-} à la place de ω_o ce qui à première vue nous conduirait à une expression pour $\langle x^2 \rangle$ dépendant du champ magnétique.

Pourtant, dans la limite classique, les fluctuations sont indépendantes du champ magnétique.

En effet, l'hamiltonien d'un système classique de n particules chargées est en l'absence de champ magnétique :

$$H(B=0) = \sum_i^N \frac{\vec{P}_i^{\,2}}{2m} + V(r_1 \ldots r_N)$$

et en présence d'un champ B homogène perpendiculaire à la surface

$$H(B) = \sum_i^N \frac{(\vec{P}_i - e\vec{A}_i)^2}{2m} + V(r_1 \ldots r_N)$$

avec $A_x = -By/2$, $A_y = Bx/2$.

La fonction classique de distribution des charges dans l'espace des phases est

$$dW(\vec{x},\vec{p}) = \exp\left(-\frac{H(B)}{k_B T}\right) \prod_i d^2\vec{x}_i \, d^2\vec{P}_i$$

et la fonction de distribution qui nous permet de calculer $\langle u^2 \rangle$, c'est-à-dire dW(x) s'obtient par intégration sur les impulsions :

$$dW(\vec{x}) = \prod_i d^2\vec{x}_i \int \exp\left(-\frac{H(B)}{k_B T}\right) \prod_j d^2\vec{P}_j$$

$$= \prod_i d^2\vec{x}_i \int \prod_l \exp \frac{1}{k_B T}\left[\frac{(\vec{P}_l - e\vec{A}_l)^2}{2m} + V(r_1 \ldots r_N)\right] \prod_j d^2\vec{P}_j$$

Le changement de variable

$$P_x' = P_x + \frac{eB}{2} y$$

$$P_y' = P_y - \frac{eB}{2} x$$

permet de se ramener à la distribution spatiale en l'absence de champ magnétique. En conséquence $\langle u^2 \rangle$ et donc W sont, classiquement, indépendants de B.

Dans le cas d'un système purement quantique (à température nulle), Fukuyama (3) prédit une variation de $\langle u^2 \rangle$ en fonction du champ magnétique qui devient importante pour $\omega_c \sim \omega_D$. Dans nos expériences nous nous plaçons loin de ce régime. Nous pouvons considérer donc que l'influence du champ magnétique sur le comportement de W est négligeable.

En fait c'est la somme des fluctuations dues à la branche longitudinale et transverse qui est invariante par l'application d'un champ magnétique. En présence du champ magnétique $\omega_o^2 + \omega_t^2 \rightarrow \omega_{o-}^2 < \omega_o^2 + \omega_t^2$ et $\omega_o^2 + \omega_\ell^2 \rightarrow \omega_{o+}^2 > \omega_o^2 + \omega_\ell^2$. La branche transverse augmente sa contribution aux fluctuations et la branche longitudinale la diminue. De cette façon à température constante $\langle u^2 \rangle$ ne varie pas avec le champ magnétique.

Les difficultés rencontrées pour définir ω_m sont une conséquence de la formulation de la théorie du couplage phonon-ripplon de la référence 7 du chapitre 4. A.G. Eguiluz et al (4) ont formulé une théorie sans fréquence de coupure mais qui a l'inconvénient d'utiliser un formalisme qui n'est pas transparent du point de vue de la physique.

Nos résultats expérimentaux sur la fréquence ω_{o-} nous donnent donc assez directement la variation des fluctuations (W) avec la température et l'observation de sa disparition nous donne la température de transition donc, la valeur de Γ_m.

Examinons maintenant la relation entre les fluctuations et le son transverse.

5.2. Fluctuations et son transverse

Nous allons examiner maintenant les contributions longitudinale et transverse au facteur W relié aux fluctuations par (voir eqs. 4-17 et 4-18)

$$W = \frac{1}{4} G^2 \langle \vec{u}^2 \rangle \qquad (5-2)$$

d'où

$$W = \frac{1}{16\pi} \frac{\hbar G^2}{n m} \sum_{\lambda} \int_{\omega_m}^{\omega_M} \frac{dk}{d\omega_\lambda} \frac{k}{\omega_\lambda} \coth \frac{\hbar\omega_\lambda}{2k_B T} \, d\omega_\lambda \qquad (5-3)$$

où $\lambda = \ell, t$.

On peut calculer explicitement la contribution des modes transverses en utilisant la relation $\omega^2 = \omega_o^2 + \omega_t^2$ et l'approximation de Debye où $\omega_t = C_t k$. On trouve

$$W_t = \frac{1}{8\pi} \frac{G^2 k_B T}{\mu(T)} \ln \left\{ \frac{\operatorname{sh}\left(\hbar \left[\omega_D^2 + \omega_o^2 \right]^{1/2} / 2k_B T \right)}{\operatorname{sh}\left(\hbar\omega_o / 2k_B T \right)} \right\} \qquad (5-4)$$

où $\mu = mnC_t^2$. On peut réecrire le facteur logarithmique ($\omega_D \gg \omega_o$)

$$\ln \left\{ \frac{\operatorname{sh}\left(\theta_D^t / 2T \right)}{\operatorname{sh}\left(\theta_o / 2T \right)} \right\}$$

où θ_D^t est la température de Debye pour la branche transverse

$$\theta_D = 0{,}213 \, n^{3/4} \ K \qquad (5-5)$$

n en unités de $10^8 \ cm^{-2}$, et $\theta_o = \hbar\omega_o / k_B$.

Pour la branche longitudinale on a

$$W_\ell = \frac{\hbar G^2}{2m\omega_D^\ell} \left(\frac{2k_B T}{\hbar\omega_D^\ell} \right)^3 \int_0^{\frac{\hbar\omega_D}{k_B T}} x^2 \coth x \, dx \qquad (5-6)$$

qu'on peut encadrer en remarquant que $1 < \coth x < \frac{1}{x} + 1$ † :

$$\frac{G^2}{2m\omega_D^{\ell 2}} \frac{1}{3} k_B \theta_D^{\ell} < W_\ell < \frac{G^2}{2m\omega_D^{\ell 2}} k_B \left(T + \frac{1}{3}\theta_D\right) \qquad (5\text{-}7)$$

Pour $n = 8{,}15 \times 10^8$, $\theta_D^{\ell} = 1{,}54K$ (voir plus loin), $T_m = 0{,}67K$ et la contribution de la partie dépendant de la température est à la fusion du même ordre de grandeur que les fluctuations à $T = 0$. L'importance de cet effet augmente lorsque la densité diminue car $T_m \sim n^{1/2}$ et $\theta_D \sim n^{3/4}$.

On peut comparer les fluctuations à $T = 0$ pour la contribution longitudinale et transverse. Pour la branche longitudinale on a

$$\frac{\langle \vec{u}^2 \rangle^{\ell}_{T=0}}{a_c} = \frac{\hbar}{m\omega_D^{\ell}} \frac{2}{3} n \qquad (5\text{-}8)$$

et pour la branche transverse

$$\frac{\langle \vec{u}^2 \rangle^{t}_{T=0}}{a_c} = \frac{\hbar}{m\omega_D^{t}} n \qquad (5\text{-}9)$$

où a_c est l'aire de la cellule de Wigner-Seitz, $a_c = 1/n$.

Pour $n = 8{,}15 \times 10^8$ cm^{-2} on a $\frac{\langle u^2 \rangle^t}{a_c}_{T=0} = 7 \times 10^{-3}$ et $\langle u^2 \rangle^{\ell}_{T=0}/a_c = 3{,}1 \times 10^{-3}$.

Sur la figure (4.2) on peut observer que la dispersion des modes varie différemment suivant les directions de symmétrie ΓJ et ΓX. Pour la branche transverse la fréquence ω_D en bord de zone est environ ††
0,6 ω_o dans la direction ΓX et de 0,7 ω_o dans la direction ΓJ lorsque on utilise $\omega_D = C_t k_D$ avec $k_D^2 = 4\pi n$. Cela est inférieur et supérieur respectivement à la valeur observée sur la figure (4.2).

Pour la branche longitudinale on prendra $\omega_D^{\ell} = 1{,}1\ \omega_o = 4{,}2 \times 10^{10} n^{3/4}$ M rad s^{-1} avec n en unités de 10^8 cm^{-2}.

---

†Un développement basse température donne :

$$W_\ell = \frac{G^2\hbar}{2m\omega_D^{\ell}} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left[\frac{2T}{\theta_D^{\ell}}\right]^2 - \frac{2T}{\theta_D} \exp \frac{\theta_D}{T} + \ldots \right) \qquad T \ll \theta_D .$$

---

†† La fréquence ω_o n'est pas à confondre avec la fréquence optique de cette thèse.

Avec ceci θ_D pour la branche longitudinale est

$$\theta_D^{\ell} = 0{,}32\ n^{3/4}\ K \qquad (5\text{-}10)$$

En fait pour la branche transverse et à T > 0, la situation est plus complexe.

Une simulation par ordinateur réalisée par R.H. Morf[5] montre que le module de cisaillement diminue linéairement lorsque la température augmente, puis plus rapidement à l'approche de la température de fusion. La partie linéaire est interprétée comme étant due à l'interaction phonon-phonon, la décroissance plus rapide aux paires de dislocations et/ou joints de grains. Si le temps de migration de ces défauts est τ on aura que pour des fréquences d'excitation $\omega < 1/\tau$ le module de cisaillement se trouvera diminué par rapport à la valeur mesurée à $\omega > 1/\tau$. Cela suggère qu'en toute rigueur $\mu = \mu(T,\omega,k)$. On a illustré ces effets sur la figure (5.6).

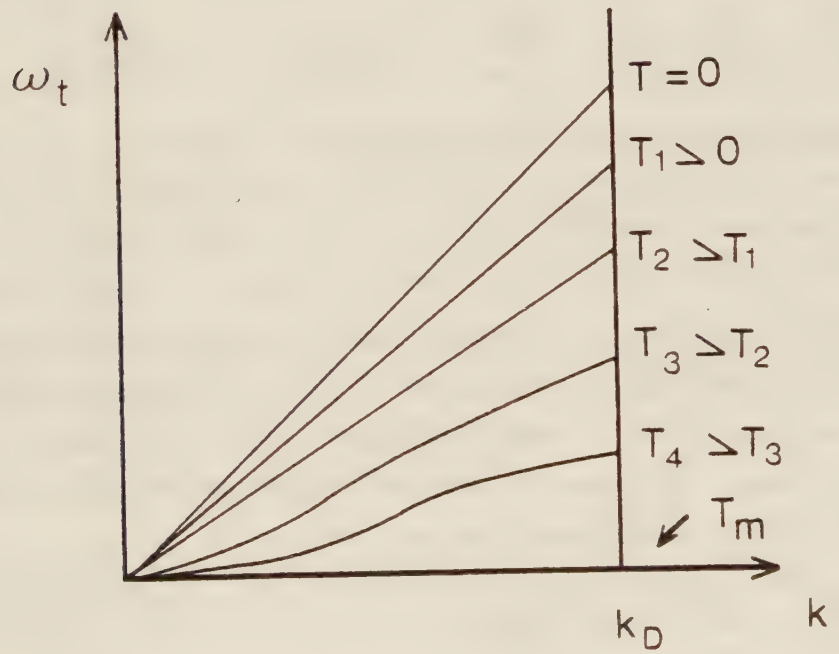


Figure 5.6.

Variation schématique de $\omega_t(k)$ lorsqu'on varie la température. Entre T = 0 et $T = T_2$ on aurait une variation de la pente due à l'interaction phonon-phonon. A partir de T_3 et jusqu'à la fusion s'ajouterait l'effet produit par les défauts.

C'est en tenant compte de ces remarques préliminaires que nous développerons la procédure pour déterminer les valeurs du module de cisaillement $\mu(T)$ à partir de nos mesures de W.

5.3. Evolution du module de cisaillement avec la température

Pour mieux faire sentir l'influence des variations de μ sur W nous ferons quelques observations qualitatives sur l'allure de la fonction W donnée par la formule (5-4).

Considérons d'abord un solide harmonique sans dislocations avec une fréquence de coupure constante. Dans ce cas μ est constant et la dépendance en température des fluctuations provenant de la branche transverse viendra du terme

$$\langle \vec{u}^2 \rangle^t \sim \frac{T}{\mu} \ln \left\{ \frac{\mathrm{sh}(\theta_D/2T)}{\mathrm{sh}(\theta_0/2T)} \right\}$$

A basse température ($2T \ll \theta_D$) il devient

$$\langle \vec{u}^2 \rangle^t \sim \frac{T}{\mu} \frac{\theta_D}{2T} = \frac{\theta_D}{\mu}$$

tandis qu'à haute température ou $2T \gg \theta_D$ on a

$$\langle \vec{u}^2 \rangle^t \sim \frac{T}{\mu} \ln \frac{\theta_D}{\theta_0}$$

et on retrouve le comportement classique d'un oscillateur harmonique : linéaire à haute température avec une limite constante lorsque $T \to 0$ (fluctuations du point zéro). Comme dans notre cas on doit tenir compte d'une coupure à basse fréquence qui varie avec la température. On aura un comportement à haute température de la forme

$$\langle \vec{u}^2 \rangle^t \sim \frac{T}{\mu} \ln \frac{\theta_D}{\theta_0(T)}$$

Du comportement de ω_0 montré sur la figure (5.5) on voit que les fluctuations doivent augmenter avec T plus rapidement que dans le cas où θ_0 est une constante.

Finalement on pourra avoir une diminution de μ lorsque la température augmente due aux effets anharmoniques ou/et à la présence de dislocations.

Ceci fera augmenter les fluctuations. Cette augmentation sera plus importante au voisinage de la fusion.

Pour comparer les résultats expérimentaux avec la théorie on utilise l'expression (5.4) à laquelle il faut ajouter la contribution des modes longitudinaux. On fera l'approximation de considérer celle-ci comme constante d'après les arguments de la section (5.2). Comme notre intérêt est de voir la variation en température de μ on se contentera de vérifier que le décalage produit par cette contribution constante a le bon ordre de grandeur.

Pour introduire la variation en température de μ on écrira

$$\mu(T) = \mu(0)\, f(\Gamma) \qquad (5\text{-}11)$$

où $\mu(0) = 0{,}245\ n^{3/2}\ e^2$ (6) et $f(\Gamma)$ est tel que $f(0) = 0$ ($\Gamma = \infty$) et $f(\infty) = 1$ ($T = 0$).

Inspirés par les résultats de R.H. Morf[5] nous essayerons une fonction du type

$$f(\Gamma) = \left(1 - \frac{\gamma}{\Gamma}\right) \qquad (5\text{-}12)$$

variation qui considère une dépendance linéaire en température. D'après R.H. Morf cela serait dû à l'interaction phonon-phonon et serait valable loin de la fusion (donc en absence de paires de dislocations ou de joints de grains). Pour distinguer les deux régimes nous observons le changement de pente sur les courbes de W en fonction de T et nous accordons les courbes expérimentales et théoriques sans tenir compte d'un décalage éventuel en ordonnée pour déterminer la valeur de γ.

Avec ceci la relation (5.4) devient

$$W_t = \frac{1}{8\pi} \frac{G^2 k_0 T}{\mu_0 \left[1 - \frac{\gamma}{\Gamma}\right]} \ln \left\{ \frac{\operatorname{sh}\left(\theta_0^t \left[1 - \gamma/\Gamma\right]^{1/2} / 2T\right)}{\operatorname{sh}\left(\theta_0 / 2T\right)} \right\} \qquad (5\text{-}13)$$

La figure (5.7) montre comment varie W lorsqu'on prend ω_0 et μ constante (traits pointillés) ; ω_0 fonction de T et μ constant (traits tirés) ; puis ω_0 et μ dépendant de T (traits tirés pointillés). Les croix correspondent aux points expérimentaux, la densité étant $8{,}15 \times 10^8\ cm^{-2}$.

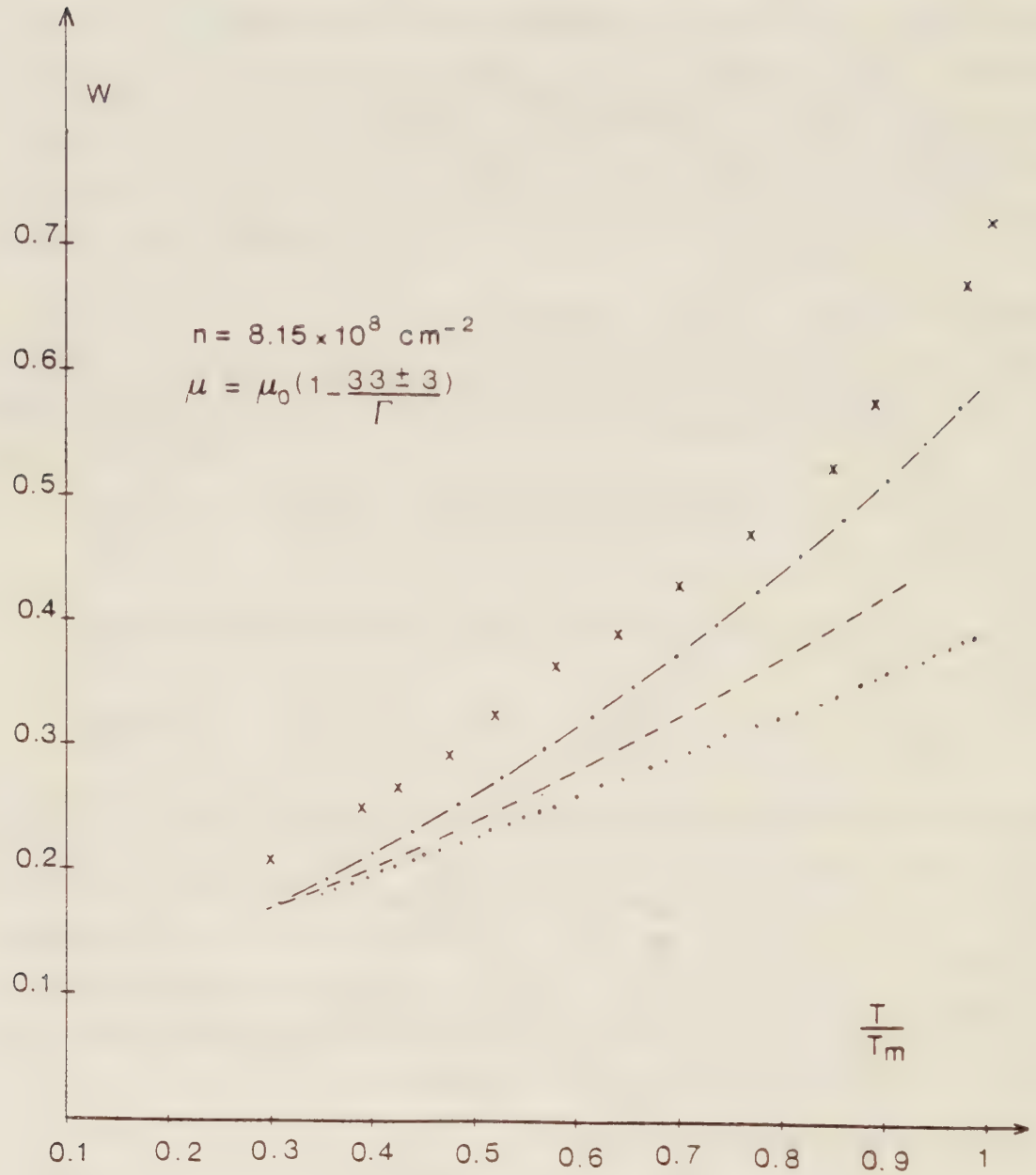


Figure 5.7.

Comparaison entre W expérimental et théorique :

- *En pointillés : ω_o et μ constantes*
- *En tirets : μ constante ω_o variable avec T (valeurs expérimentales)*
- *En pointillés-tirets : ω_o et μ variables, avec $\mu = \mu_o\left(1 - \frac{33}{\Gamma}\right)$. Cette expression est valable loin de la fusion. Dans la valeur théorique on a considéré une contribution longitudinale $W_\ell = 0{,}02\ n^{1/4}$.*

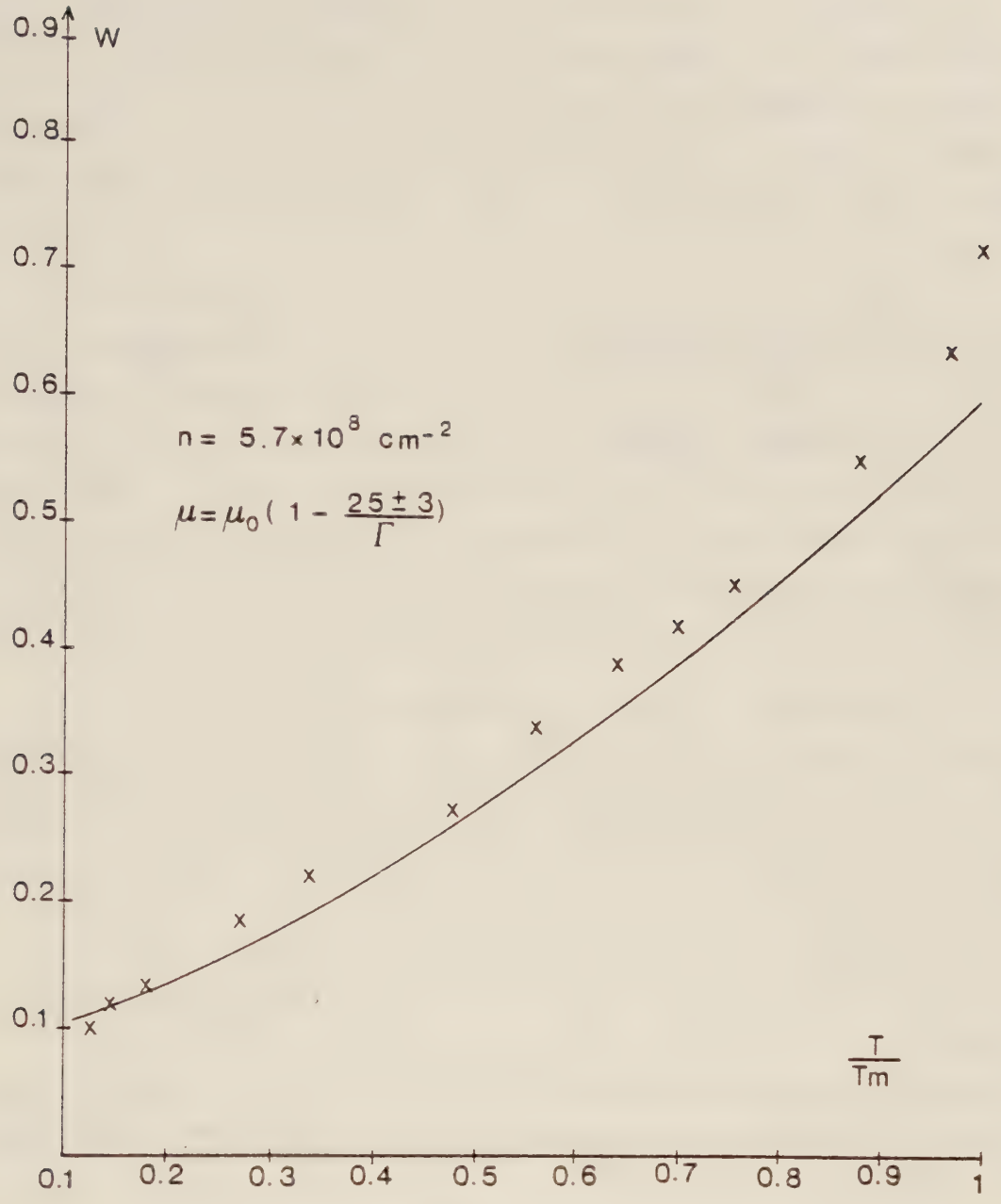


Figure 5.8.

Comparaison entre W expérimental et théorique pour $n = 5,7 \times 10^8 cm^{-2}$. *On observe que la valeur de* γ *trouvée ici est plus petite que pour la densité* $n = 8,15 \times 10^8 cm^{-2}$.

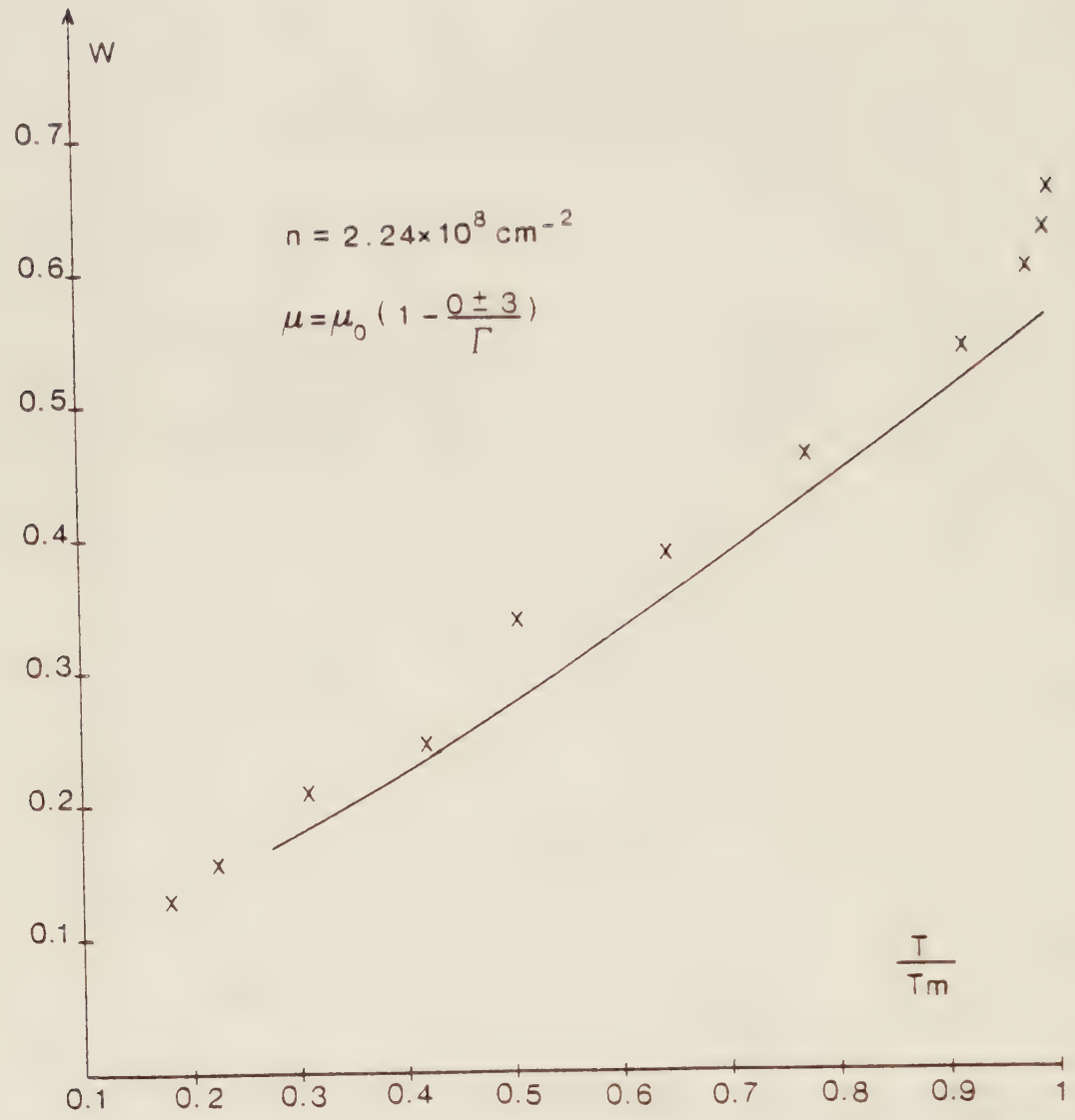


Figure 5.9.

Comparaison entre W expérimental et théorique pour $n = 2{,}24 \times 10^{8}\,cm^{-2}$. *Ici la valeur de* γ *est nulle.*

Nous avons aussi déterminé γ pour la densité de $5,7 \times 10^8 cm^{-2}$ et $2,24 \times 10^8 cm^{-2}$ qui nous servent d'exemple, comme on le montre sur les figure (5.8) et (5.9). Nous trouvons que la valeur de γ diminue lorsque la densité diminue. Cette conclusion est pourtant à prendre avec réserve car nous n'avons analysé en détail que ces trois échantillons.

On observe aussi sur la figure (5.10) que les trois ensembles de points expérimentaux sont en gros, superposables lorsque on porte W en fonction de T/Tm, bien que ni le facteur logarithmique de l'équation (5.13) ni la contribution quantique du mode longitudinal ne soient universels (fonction uniquement de Γ). On remarque aussi une dispersion importante des points expérimentaux qui correspondent à la densité de $2,24 \times 10^8 cm^{-2}$ ainsi qu'un décalage des valeurs près de la fusion si on suppose qu'il y a continuité de la pente.

Il est clair que de nos expériences on ne peut rien dire de la valeur de W à température nulle. L'incertitude sur la valeur absolue de W théorique introduit une erreur relative importante dans sa comparaison avec W expérimental à basse température et moins importante près de la fusion.

On montrera maintenant que la valeur du module de rigidité à la fusion satisfait l'inégalité

$$\mu_{exp} > \mu_{K\text{-}TH} \qquad (5\text{-}14)$$

où μ_K-TH est la valeur du module de rigidité donné par le critère de Kosterlitz et Thouless. Ce critère donné dans la relation (2.10) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\mu_{K\text{-}TH}}{\mu(0)} = \frac{2\pi^{3/2}\sqrt{3}}{\beta_0} \frac{1}{\Gamma_m} \qquad (5\text{-}15)$$

où $\beta_o = 0,245$.

Pour comparer la valeur expérimentale de μ/μ_o au critère (5.15) nous allons maintenant suivre une démarche où on utilise la relation (5.13) qu'on écrira sous la forme :

$$W_t = \frac{1}{8\pi} \frac{G^2 k_B T}{\mu} \ln \left\{ \frac{\sh(\theta_3(\mu)/2T)}{\sh(\theta_0/2T)} \right\} \qquad (5\text{-}16)$$

où

$$\theta_D(\mu) = \frac{\hbar}{k_B}\left(\frac{4\pi}{m}\,\mu\right)^{1/2} \qquad (5\text{-}17)$$

On peut exprimer maintenant $\mu(T)$ en fonction de $W_t(T)$ en faisant une approximation pour θ_D près de la fusion :

$$\theta_D(\mu) \simeq \theta_D(\mu_0, \Gamma) = \frac{\hbar}{k_B}\left(\frac{4\pi}{m}\,\mu_0\left[1 - \frac{\gamma}{\Gamma}\right]\right)^{1/2} \qquad (5\text{-}18)$$

On a

$$\mu(T) = \frac{1}{8\pi}\,\frac{G^2 k_B T}{W_t}\,\ln\left\{\frac{\mathrm{sh}(\theta_0(\Gamma)/2T)}{\mathrm{sh}(\theta_0/2T)}\right\} \qquad (5\text{-}19)$$

La connaissance de W_t expérimental nous permettrait alors de déduire le comportement de $\mu(T)$ près de la fusion. Nous trouverons une valeur approchée pour cette valeur en faisant l'approximation

$$W_t^{exp} \approx W^{exp} - W^{\ell}(0) - W^{cte} \qquad (5\text{-}20)$$

où W^{exp} est la valeur mesurée, $W^{\ell}(0)$ la valeur théorique des fluctuations longitudinales et W^{cte} est la différence qu'on observe sur les figures (5.7), (5.8), et (5.9) entre la valeur théorique et expérimentale.

On a porté sur la figure (5.11) μ/μ_0 en fonction de 1000/T. Les droites correspondent aux valeurs de

$$\mu = \mu_0\left(1 - \gamma/\Gamma\right) \qquad (5\text{-}21)$$

et les points près de la fusion ont été obtenus à partir des équations (5.19) et (5.20).

En ce qui concerne l'ordre de la transition de phase on peut faire les remarques suivantes.

Nous n'avons pas détecté d'hystéresis dans la *position* de la raie optique lorsqu'on traverse la transition dans un sens où dans l'autre, ce qui ferait penser que les électrons piégés dans la déformation de surface sont en équilibre thermodynamique dans les deux cas. Pourtant on a observé que lorsqu'on traverse la transition en refroidissant *l'amplitude* de la raie croît dans un intervalle de quelques dizaines

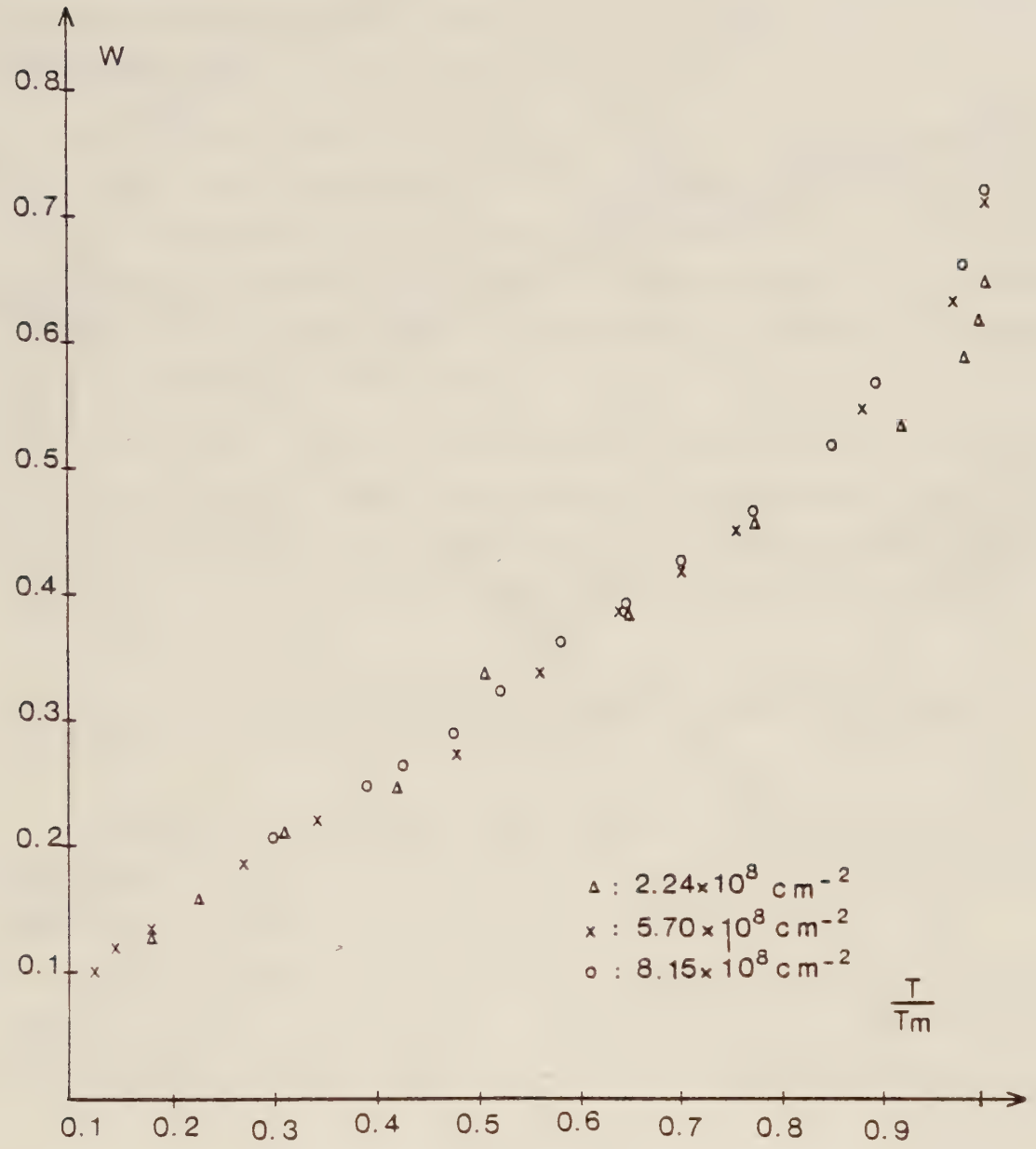


Figure 5.10.

Comparaison des valeurs de W pour les trois densités indiquées sur la figure. On remarque que pour la densité 2,24 × $10^8 cm^{-2}$ les valeurs de W près de la fusion sont inférieures aux valeurs de W pour les autres densités.

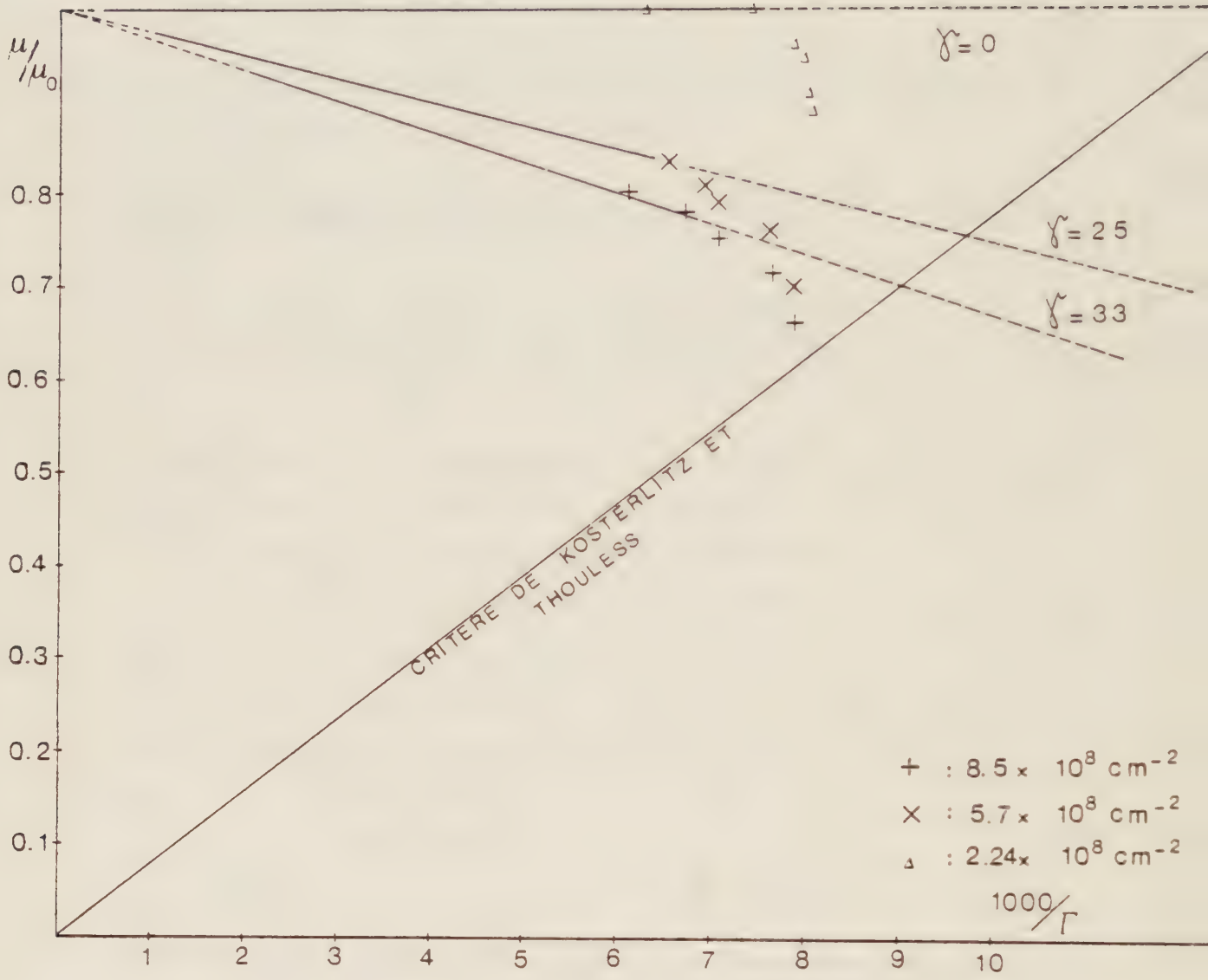


Figure 5.11.

Sur cette figure on montre μ/μ_o d'après les relations (5.19) et (5.20) en fonction de 1000/Γ. On observe que l'inégalité (5.14) est satisfaite et que la valeur de μ/μ_o pour $n = 2{,}24 \times 10^8$ s'écarte beaucoup du critère de Kosterlitz et Thouless.

de secondes sans que celle-ci se déplace en fréquence. Cela suggère une variation du *nombre* d'électrons qui sont piégés dans la déformation de surface.

Ceci admet plusieurs explications. Prenons le cas d'une transition de premier ordre. Une partie du cristal étant liquide ne participerait pas à l'absorption d'énergie par le mode optique mais nous ne pouvons pas dire si la partie liquide est à la même température que la partie solide. Si la partie liquide est plus chaude il s'agirait simplement d'un phénomène de thermalisation.

D'autre part une forte densité de dislocations donnerait aussi le même effet si leur temps de migration est de l'ordre de l'intervalle entre deux observations. Cela agirait en réduisant le nombre d'électrons correllés dans une région les empêchant de se piéger dans la déformation de surface.

On voit donc que nos mesures ne nous permettent pas de tirer de conclusion sur l'ordre de la transition.

En général les simulations par ordinateur donnent une transition du premier ordre, mais ceci peut être une conséquence d'un temps très long pour atteindre l'équilibre près de la transition.

Il a été suggéré que l'ordre de la transition dépend de la valeur de l'énergie du coeur E_c (7,8). La transition serait du deuxième ordre pour des énergies plus grandes qu'une valeur comprise entre 0,57 J et 0,82 J, où

$$J = \frac{\mu(\mu+\lambda)}{\pi(2\mu+\lambda)}$$

La valeur calculée de l'énergie du coeur pour les électrons (9), $E_c \approx 1{,}22$ J serait favorable à une transition de deuxième ordre.

Passons maintenant à un examen du dispositif expérimental.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE V

(1) - B.N. Esel'son, A.S. Rybalko, and S.S. Sokolov, *Sov. J. Low Temp. Phys.* 6, 544 (1981)

(2) - R. Mehrotra, B.M. Guenin and A.J. Dahm, *Phys. Rev. Lett.* 48, 641 (1982)

(3) - H. Fukuyama, *Solid. State Comm.* 19, 551 (1976)

(4) - A.G. Eguiluz and A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B* 24 197 (1981)

(5) - R.H. Morf, *Phys. Rev. Lett.* 43, 931 (1979)

(6) - Lynn Bonsall and A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B* 15, 1959 (1977)

(7) - Y. Saito, *Phys. Rev. Lett.* 48, 1114 (1982)

(8) - S.T. Chui, *Phys. Rev. Lett.* 48, 933 (1982)

(9) - D.S. Fisher, B.I. Halperin, R. Morf, *Phys. Rev. B* 20, 4692 (1979)

CHAPITRE VI

DISPOSITIF ET PROCEDURES EXPERIMENTALES

1. DISPOSITIF ET PROCEDURES EXPERIMENTALES

Dans ce chapitre nous allons décrire notre dispositif expérimental et les procédures qui nous permettent de mesurer les paramètres qui caractérisent l'échantillon.

On divisera ce chapitre en trois parties. Dans la première (A) nous décrirons notre appareil cryogénique construit spécialement pour cette expérience. Dans la section suivante (B) on décrira la cellule expérimentale, le capillaire de remplissage et les cables coaxiaux utilisés pour la r.f. Finalement dans la troisième partie (C) on décrira quelques procédures expérimentales.

A. - Cryogénie : L'appareil cryogénique est un réfrigérateur à dilution d'^{3}He dans l'^{4}He, capable d'atteindre des températures d'environ 70 mK. Il est isolé de la température ambiante par un cryostat à He^4 à garde d'azote liquide.

Sur la figure (6.1) on montre une vue schématique de l'ensemble.

Le mélange ^{3}He-^{4}He circule dans un circuit fermé qu'on peut suivre en commençant par la canalisation de réinjection indiquée -4- sur la figure. Le mélange réinjecté par 4 à la température ambiante, se refroidit d'abord dans un bain à He^4 qui entoure toutes les canalisations, avant d'entrer en contact thermique avec le condenseur qui a une température $T_1 \sim 1{,}2K$. A cet endroit le mélange est liquéfié, puis il entre en contact thermique avec le bouilleur pour atteindre une température T_2 d'environ 0.8 K. Par la suite il passe dans le tube intérieur de l'échangeur continu fait de deux capillaires concentriques avant d'arriver sur le haut de la chambre de mélange. Par le capillaire extérieur monte le mélange qui sera pompé dans le bouilleur. La température du mélange He^3-He^4 avant d'entrer dans la chambre de mélange est proche de la température de cette dernière, T_3 ($70\ mK \leq T_3 \leq 1{,}2K$). Dans la chambre de mélange on a la séparation entre une phase riche en ^{3}He et une autre riche en ^{4}He. La proportion d'^{3}He dans cette dernière dépend de la température de l'ensemble.

La phase riche en ^{4}He s'étend jusqu'au bouilleur avec une proportion en ^{3}He variable à cause de la variation en température entre les deux parties. Dans le bouilleur le pompage se réalisera essentiellement sur

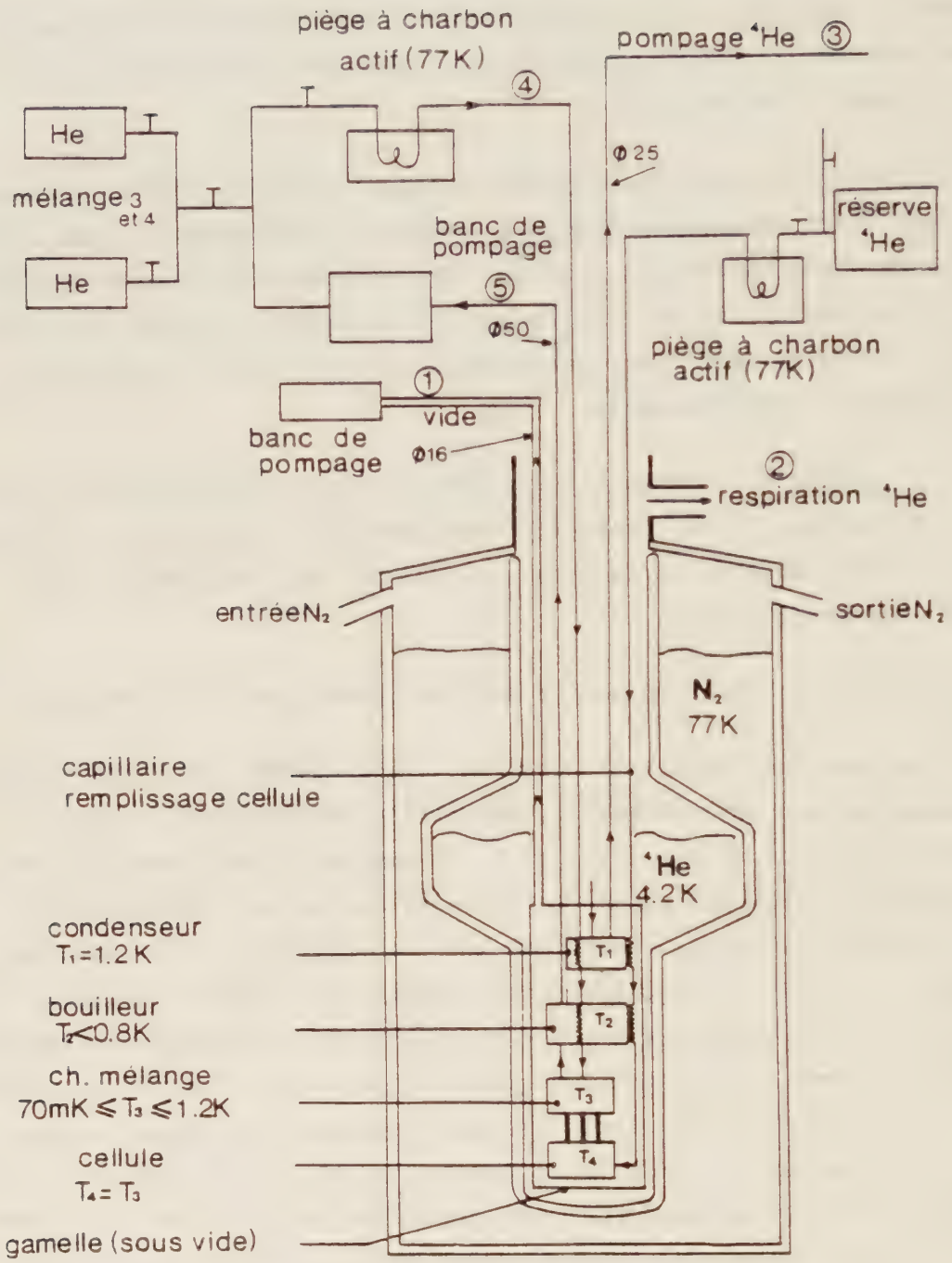


Figure 6.1.

Vue d'ensemble du dispositif cryogénique.

l'^{3}He puisque sa pression de vapeur partielle est plus élevée que celle de l'^{4}He. L'appauvrissement du mélange à ce niveau crée une pression osmotique qui fait diffuser l'^{3}He vers le bouilleur, et qui induit le passage de nouvelles molécules d'^{3}He à travers la surface de séparation de phases pour maintenir, à T donnée, une proportion ^{3}He-^{4}He constante. "L'évaporation" permanente des molécules d'^{3}He dans l'^{4}He est le mécanisme qui produit le froid (2).

Pour un réfrigérateur à un cycle, c'est-à-dire où on ne réinjecte pas le mélange on a (1) pour la puissance frigorifique

$$\dot{Q} = 84\, \dot{n}_3 T^2 \qquad J/mol \cdot K^2 \qquad (6\text{-}1)$$

où $\dot{n}_3$ est le taux de circulation de l'^{3}He, et T^2 est la température de la chambre de mélange.

Sur la figure (6.1) on peut voir aussi l'enceinte sous vide (gamelle) qui sépare le bain à ^{4}He et les composantes de la dilution.

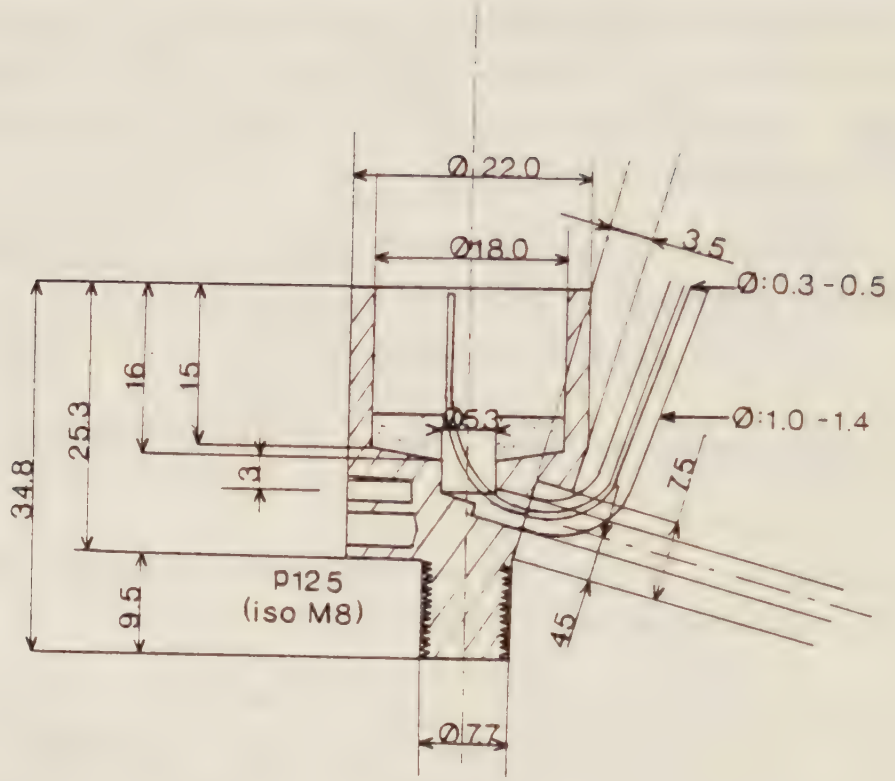
Sur la figure (6.2) on montre la chambre de mélange où l'on peut voir les deux capillaires concentriques d'injection et de pompage. La région en pointillé correspond à une poudre de cuivre dont les grains sont en bon contact thermique entre eux (cuivre fritté) et dont la fonction est d'assurer un bon contact thermique entre la surface et le mélange pour diminuer la résistance de Kapitza (1) entre les deux milieux définie par le rapport entre la différence de température de part et d'autre de l'interface au flux de chaleur qui l'engendre :

$$R_k = \Delta T / \dot{Q} \qquad (6\text{-}2)$$

R_K est proportionnelle à $1/ST^3$ où S est la surface de contact entre les milieux. La relation surface-volume pour le cuivre fritté est de 100 cm^2 par cm^3.

Le filetage à l'extrémité inférieure permet de visser la cellule expérimentale qu'on examinera dans la section B.

Le couvercle de la chambre de mélange qui n'est pas montré sur la figure est collé sur celle-ci avec de l'Araldite rapide ainsi que la tubulure d'entrée de l'échangeur.



échelle 2 :1
cuivre A
Vch ≃ 3.93cm³

Figure 6.2.

Chambre de mélange

La figure (6.3) montre le bouilleur. On peut distinguer sur cette figure l'orifice de pompage (ϕ = 0.8 mm) et d'arrivée du mélange (ϕ = 2.5 mm). La bouilleur a été construit avec plusieurs points d'ancrage pour la thermalisation de l'injection (capillaire en cuivre brasé autour de la masse du bouilleur non montré sur la figure), des trois tiges de support de l'ensemble chambre de mélange-cellule, du capillaire de remplissage et des coax r.f.

La chambre de mélange sur laquelle est vissée la cellule expérimentale est tenue par trois tiges solidaires à l'extrémité supérieure de la gamelle. Les points d'appui de ces trois tiges sont sur les sommets d'un triangle équilatéral. Elles convergent dans leurs extrémités inférieures vers la chambre de mélange. Une vue d'ensemble de l'intérieur de la gamelle est montrée sur la figure (6.4).

Les tiges qu'on a utilisées sont très résistantes. Elles sont faites d'un mélange de fibres de carbone et d'un polymère (ce sont des tiges pour cannes à pêche). On a fait des mesures pour estimer leur conductibilité thermique. On trouve des valeurs compatibles avec celles données par Lounasmaa (1) pour le graphite.

La longueur de la tige entre 0,5K et 0,1K est d'environ 10 cm avec une section de $\sim$ 0,13 cm^2. Le flux de chaleur estimé est de 0,8 μW par tige.

Une source importante de pertes thermiques était le rayonnement à $\sim$ 300 K qui descendait par le tube de pompage de la gamelle car la surface de notre cellule est de l'ordre de 140 cm^2. Pour limiter ces pertes on a introduit dans le tube de pompage le piège à rayonnement montré sur la figure (6.5). Il faut signaler ici que les parois de la gamelle en acier inoxydable refléchissent très bien le rayonnement. Par contre l'extérieur de la cellule expérimentale étant oxydé constitue un bon corpsnoir. On a donc recouvert la cellule d'une feuille de mylar aluminisée pour réduire le rayonnement résiduel.

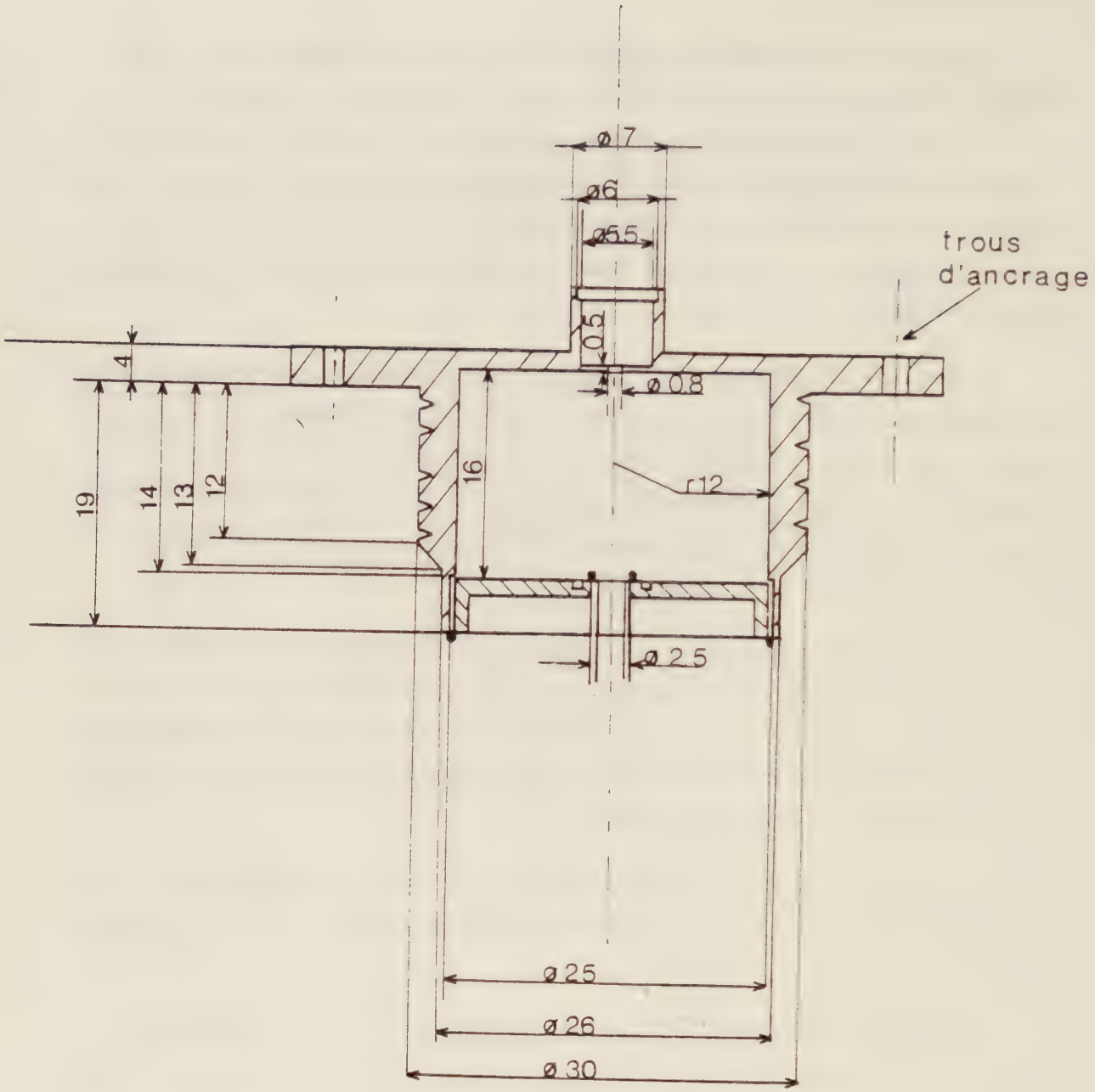


Figure 6.3.

Bouilleur.

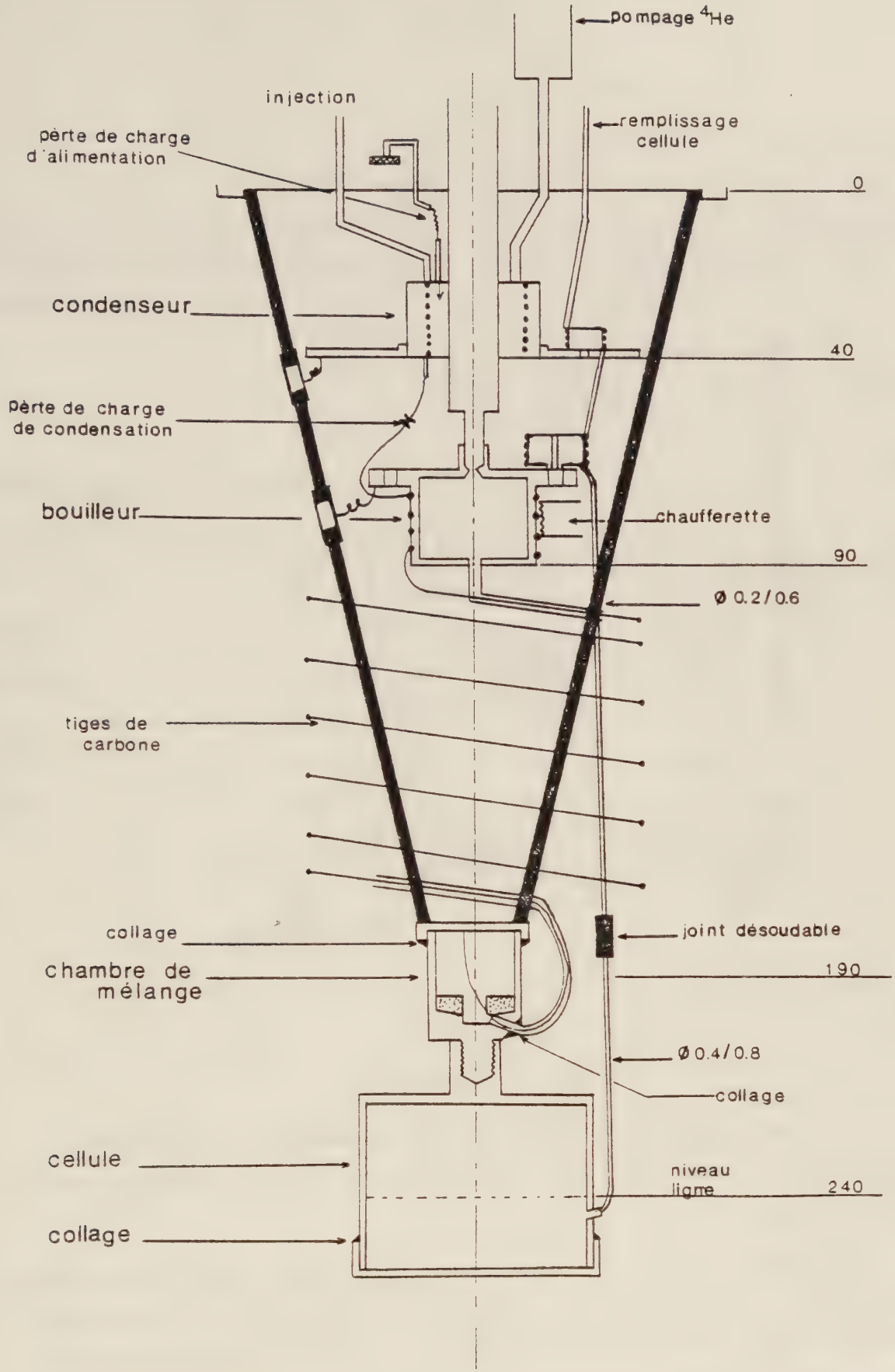


Figure 6.4.

Vue d'ensemble de l'intérieur de la ganelle.

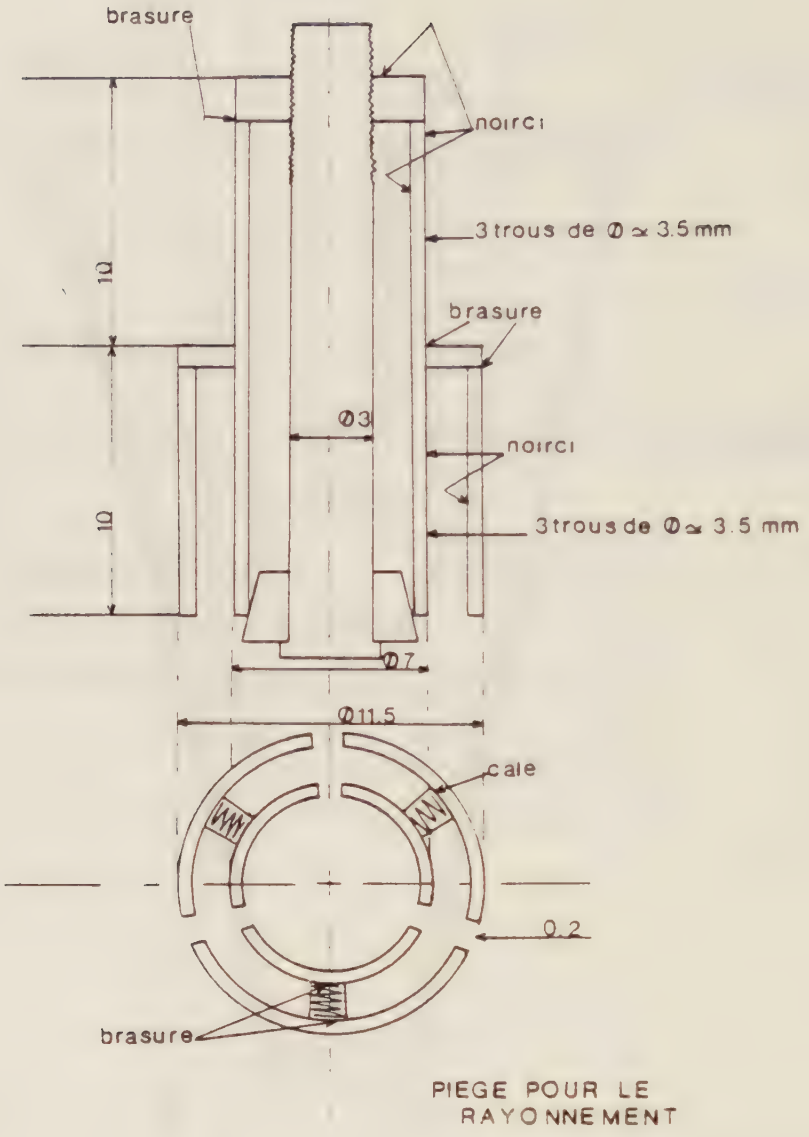


Figure 6.5.

Piège à rayonnement.

Revenons maintenant à la circulation du mélange. L'^{3}He évaporé du bouilleur est recirculé par l'intermédiaire du banc de pompage montré sur la figure (6.6.).

La pompe utilisée, une Alcatel de 30 m^3/h s'est révélée insuffisante devant nos pertes thermiques (~ 10μW) pour atteindre les 50 mK espérés, mais la température limite réalisée de 70 mK suffit pour faire la physique que l'on veut.

Il n'est pas sans intérêt de signaler ici un incident majeur de fonctionnement que nous avons rencontré. Dans nos essais préliminaires

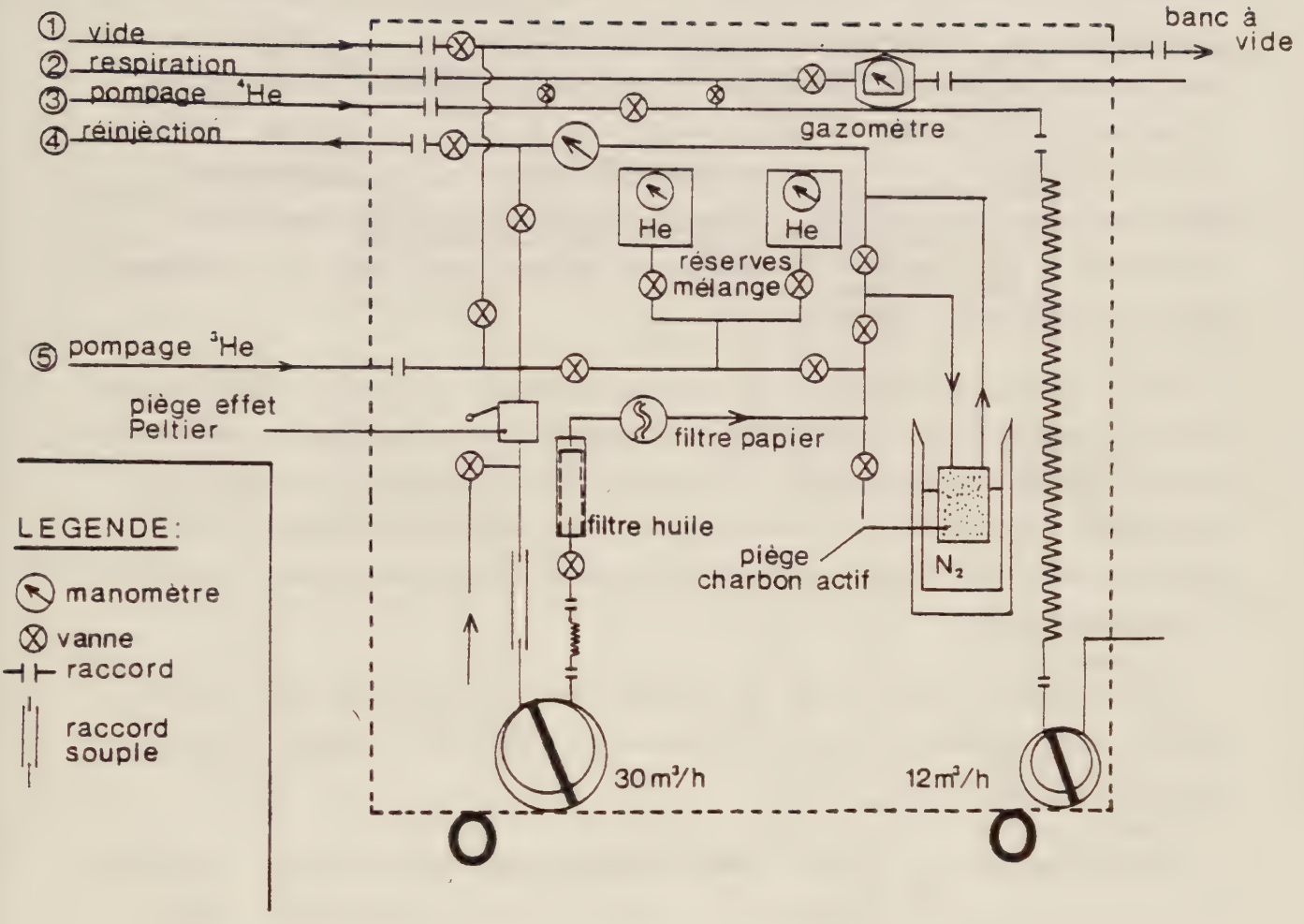


Figure 6.6.

Banc de pompage du réfrigérateur à dilution.

nous avons souvent circulé des quantités très petites de mélange avec un bouilleur assez froid (~ 0,5 K) sans nous soucier de la rétro-diffusion d'huile de la pompe vers les parties froides par le côté pompage ; seul le côté injection était bien protégé par la présence d'un filtre en papier et d'un piège à charbon actif à 77 K. L'huile cumulée a migré vers le bouilleur lors des réchauffements produisant le bouchage des canalisations. Lors du réchauffement le mélange ainsi emprisonné par le bouchon a fait exploser la chambre de mélange produisant de nombreux dégâts et pertesde temps.

On a résolu ce problème à la fois en insérant un piège a effet Peltier (environ -20°C) entre la pompe et la canalisation de pompage et en faisant shunter une petite portion de l'hélium de réinjection dans la tubulure de pompage pour qu'il y ait toujours un flux suffisant d'hélium pour entrainer les molécules d'huile vers la pompe. Nous remercions R. Roubeau de cette astuce.

Un problème important est celui posé par les vibrations qui contribuent à destabiliser la couche d'électrons en faisant fluctuer la profondeur d'hélium liquide.

Pour découpler le cryostat des vibrations ambiantes (pompes, collègues, etc) tout fil et tube de pompage est amené sur une grande masse (dalle en granit d'environ 300 kg) avant de passer par des liaisons souples vers le cryostat d'une part et vers l'extérieur d'autre part. Le cryostat lui même est suspendu sur une chambre à air et lesté avec des briques de plomb pour augmenter sa stabilité inertielle.

Sur la figure (6.7) on montre schématiquement cette suspension qui repose sur un socle de briques solidaire du plancher en béton de la cave du bâtiment. La dalle en granite repose sur une table non montrée sur la figure. Dans la partie inférieure du socle, 4 baudruches (de football) permettent de régler l'inclinaison du dewar en maintenant une bonne isolation vibrationnelle.

Considérons maintenant la thermométrie. Pour la mesure de température nous avons utilisée des résistances SPEERS 100 Ω limées pour augmenter la sensibilité et le contact thermique. Leur valeur a été mesurée avec un pont basse fréquence, bas niveau (20 Hz, 100 μV). Ce sont des mesures

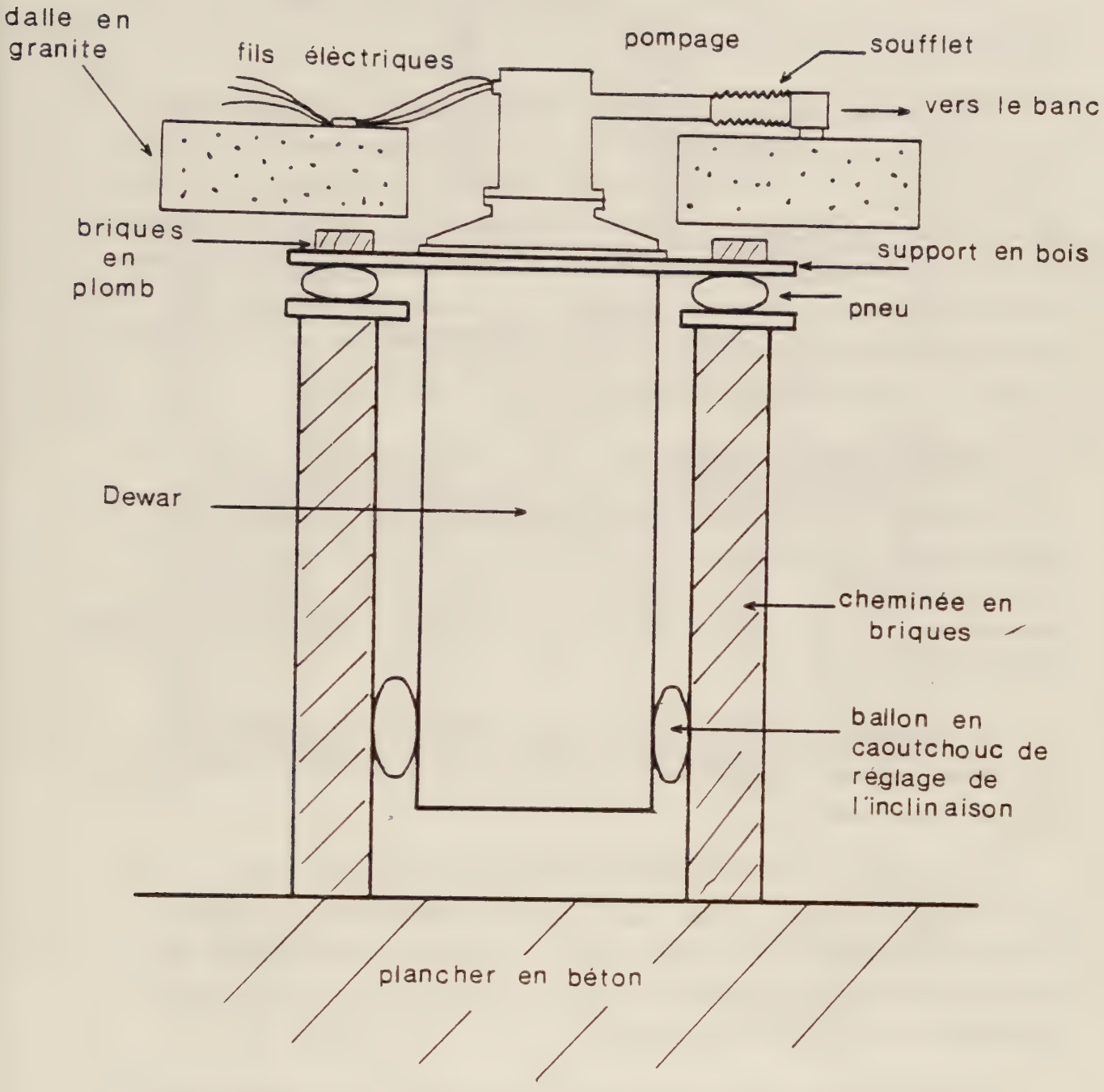


Figure 6.7.

Suspension du cryostat

à deux fils ce qui nécessite une correction pour tenir compte de la résistance des fils de descente.

Certaines des résistances se sont révélées sensibles aux cyclages thermiques. On a pu constater que d'autres ne suivaient pas une variation homothétique avec la résistance de référence (non limée). La calibration est faite par la mesure de la résistance à 4,2K, 2,17 K et quelques autres points jusqu'à 1,6K déterminés par la relation entre la température et la pression de vapeur saturante. La courbe qui passe par ces points est alors extrapolée jusqu'à 60 mK en faisant une courbe homothétique à la résistance de référence (3).

B. - Cellule expérimentale

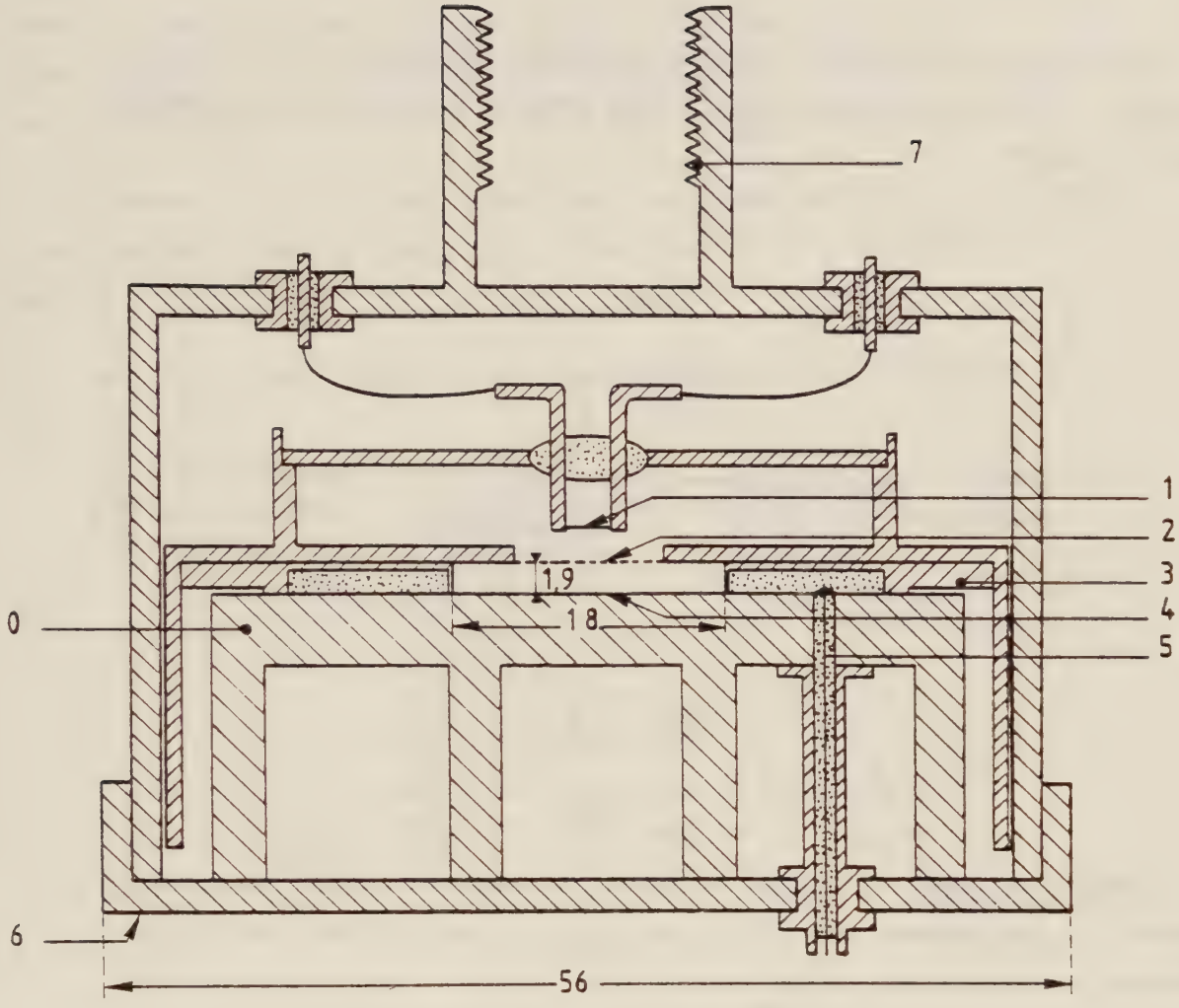
Le "coeur" de notre expérience est la cellule expérimentale. Elle est fabriquée en cuivre pur (il nous faut des matériaux non-magnétiques et bons conducteurs de la chaleur) et dorée pour éviter l'oxydation qui créerait une couche isolante sur laquelle des charges parasites pourraient se piéger.

Sur la figure (6.8) on montre une vue schématique de la cellule sur laquelle on peut distinguer plusieurs éléments que nous allons détailler maintenant.

Les filaments. Deux filaments ont été placés à l'intérieur. Ce sont des filaments d'ampoules pour lampes de poche ordinaires. Les perles en verre qui assurent la rigidité des fils ont servi comme support pour le collage comme on le montre sur la figure (6.8). Les collages sont effectués avec de l'Araldite rapide.

La grille. On a utilisé une grille commerciale pour microscopie électronique qui comporte un réseau de trous de 70 microns de diamètre dans une feuille dorée de 50 microns d'épaisseur, renforcée par un gros grillage plus épais. La transparence (rapport surface trous/surface totale) est de 20%.

Il est important, pour assurer l'uniformité du champ perpendiculaire, que la grille soit parfaitement plane. Pour assurer la netteté du découpage on a utilisé un piston qui coulisse dans une chemise dans laquelle



DESSIN DE LA CELLULE EXPERIMENTALE

0 : SUPPORT
1 : FILAMENT
2 : GRILLE
3 : ANNEAU DE GARDE
4 : LIGNE EXCITATRICE
5 : PASSAGE COAXIAL RADIOFREQUENCE
6 : COUVERCLE
7 : FILETAGE

CUIVRE

ISOLANT

Figure 6.8.

Cellule expérimentale.

on insere la feuille de la grille perpendiculairement à la course du piston. Un coup sec donne un bord très propre. Le montage est montré sur la figure (6.9).

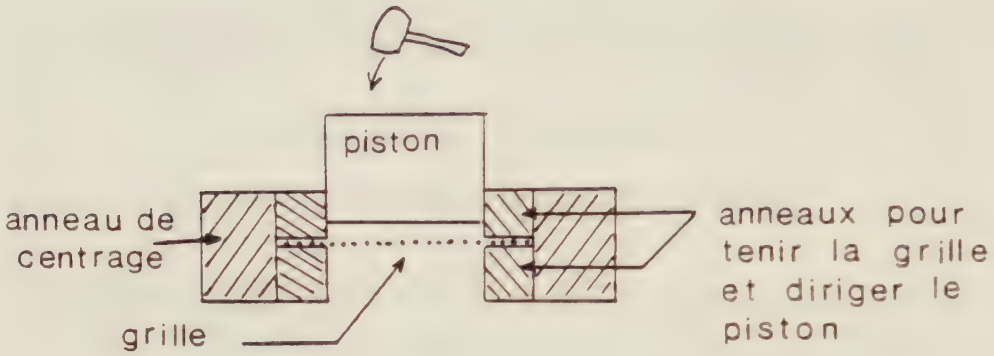


Figure 6.9.

Montage pour le découpage de la grille.

Anneau de garde. L'anneau de garde, au même potentiel que la grille assure le confinement des électrons dans le plan. Il est isolé électriquement du support et de la boîte.

Ligne excitatrice. Elle a été réalisée par un procédé classique de circuit imprimé : attaque chimique d'un film de cuivre de 5µ d'épaisseur déposé sur un support de Kapton de 25 µ d'épaisseur. Le tout est collé sous vide sur un support en cuivre relié électriquement à la masse. Le support est massif (épaisseur 20 mm) pour assurer sa rigidité mécanique.

Passages étanches. Dans la cellule il y a deux passages coaxiaux plus cinq passages électriques simples. L'étanchéité a été réalisée de la façon suivante : pour les passages simples on a utilisé du stycast 2762 (une résine époxyde) résistante à la chaleur pour pouvoir souder a posteriori les pièces sur l'ensemble. Cette procédure s'est révélée peu sure puisqu'un certain nombre de fuites se sont déclarées après des cyclages thermiques. La procédure la plus sure est de réaliser les soudures avant de couler le stycast.

Il est très important de bien nettoyer les pièces avant le coulage

nous l'avons fait dans un bain de fréon dans une cuvette à ultrasons. Pour éliminer les bulles d'air présentes dans le stycast on a pompé le produit dans une cloche à vide pendant quelques minutes.

Lorsque le produit est versé dans le moule celui-ci est mis quelques instants dans la cuve à ultrasons pour assurer le contact avec les parois.

Dans la figure (6.10) on montre un schéma du passage simple

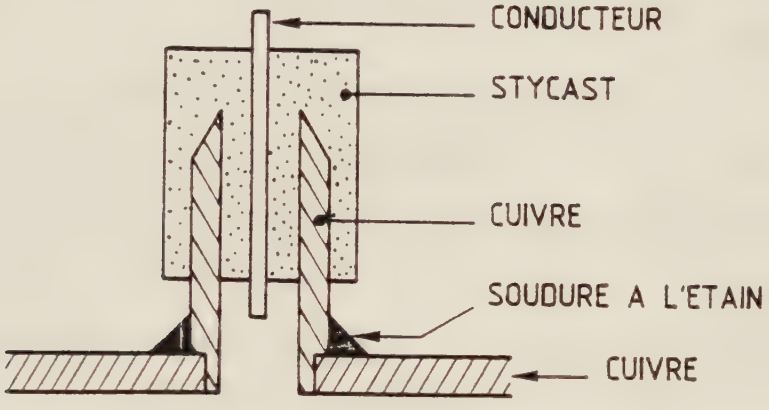


Figure 6.10.

Passage étanche simple.

Le principe de l'étanchéité est le suivant. Lors du refroidissement l'époxydèse contracte plus que le cuivre produisant le serrage de la pièce. Pour alléger les efforts mécaniques sur le polymère qui pourrait le fisurer on éfile le profil de la cheminée en cuivre comme sur les figures (6.10) et (6.11).

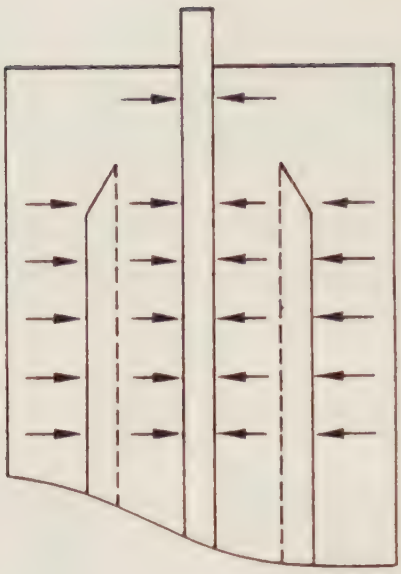


Figure 6.11.

Illustration de la façon dont se fait l'étanchéité. En plein on montre les surfaces thermo-serrantes. En tirets les parties thermo-déserrantes.

Le passage étanche coaxial est très similaire. La différence vient du conducteur de retour adapté aux prises microcoax.

Pour réaliser l'étanchéité entre le couvercle et la boîte nous l'avons collé à l'Araldite rapide. Cette méthode est très fiable à condition que le couvercle soit bien ajusté sur la boîte et permet de décoller facilement ce dernier en chauffant avec un sèche cheveux. Il faut signaler que dans notre cas le couvercle doit être collé et non soudé car la soudure à l'étain ferait un anneau supraconducteur qui écranterait le champ magnétique.

Ces différents éléments sont connectés électriquement de la façon indiquée sur la figure (6.12). L'emploi de l'amplificateur de courant et des sources de potentiel sera expliqué dans la section C.

Capillaire de remplissage de la cellule. Le capillaire de remplissage de la cellule constitue un problème cryogénique important.

Ce capillaire qui part de la cellule est ancré au bouilleur et au condenseur le premier ayant une température de fonctionnement d'environ 0,7 K, le deuxième de ~ 1,2 K.

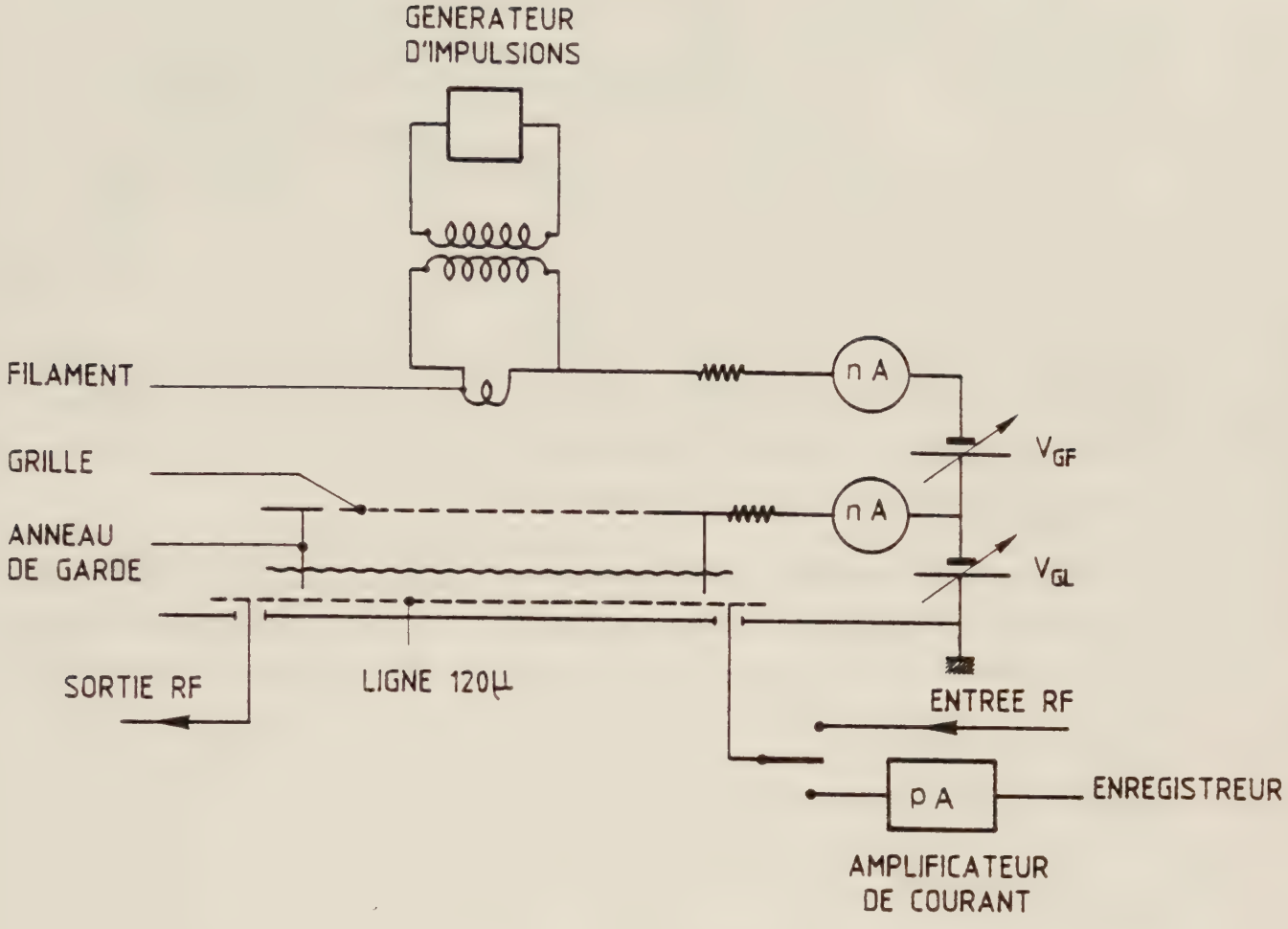


Figure 6.12.

Schéma électrique de la cellule. Le rôle de V_{GF}, V_{GL} et de l'ampli de courant sera expliqué dans la section C.

L'^{4}He gaseux injecté à partir d'un banc de remplissage est condensé au niveau du condenseur puis refroidi davantage par le bouilleur. Dans cette opération la cellule reste à une température intermédiaire entre 1,2 K et 0,7 K.

Lorsque le réfrigérateur est en marche la cellule devient beaucoup plus froide que le bouilleur. Une colonne d'^{4}He monte alors par effet fontaine produisant un contact thermique entre la cellule et des points chauds sur le capillaire. Si le capillaire n'est pas très fin l'apport est suffisant pour que le capillaire soit rempli jusqu'au niveau du bouilleur. En effet, en absence de colonne d'hélium la cellule atteint ~ 70 mK, mais si l'on chauffe le bouilleur pour que la pression fontaine suffise à établir une colonne la température monte brusquement à 300 mK.

Evidemment la thermalisation des points d'ancrage doit être efficace. Nos premiers ancrages faits avec une tresse de cuivre soudée au capillaire et aux points froids se sont révélés insuffisants en raison de la faible surface de contact (1 cm sur la longueur du capillaire) entre la tresse et le capillaire, et de la mauvaise conductivité thermique de l'étain à basse température (il devient un supraconducteur à T ~ 6K).

Ainsi nous avons conçu un nouveau bouilleur avec un anneau où assurer les ancrages (à cette fin il y a trois trous coniques et trois cylindriques de ϕ = 4 mm) et un canal en hélice sur le corps pour enrouler et braser le capillaire d'injection du mélange (voir figure 6.4).

Dans ce nouveau montage le contact thermique du capillaire de remplissage est assuré par une brasure sur une longueur de 10 cm autour d'une pièce cylindrique de cuivre ϕ = 1,2 cm, vissée sur le bouilleur. Un ancrage similaire est fait sur le condenseur comme on peut voir sur la figure (6.4).

Pour faciliter le démontage de la cellule nous avons monté un joint sur le capillaire qui peut être soudé ou déssoudé avec facilité. Pour éviter le bouchage du capillaire lors de la soudure nous avons conçu ce joint union comme indiqué sur la figure (6.13).

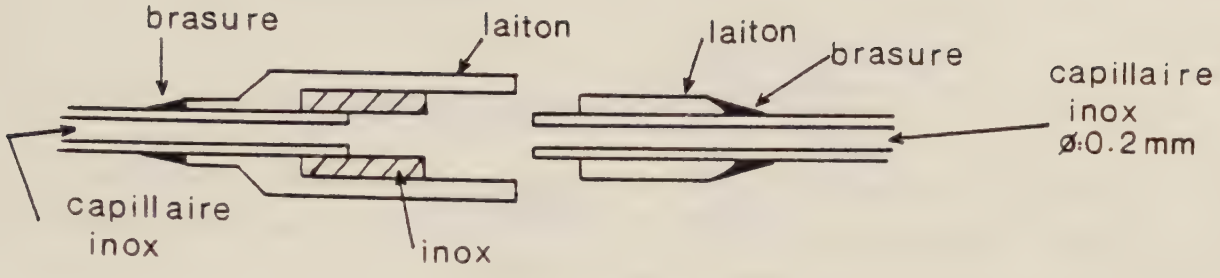


Figure 6.13.

Montage pour éviter le bouchage lors de la soudure à l'étain des embouts. La soudure ne mouillant pas l'acier inox, elle ne parvient pas à obstruer le joint.

Canalisation de la radiofréquence. Pour canaliser la radiofréquence jusqu'à la cellule expérimentale nous employons entre la tête du cryostat et la gamelle une ligne coaxiale rigide dont l'étanchéité est faite à son extrémité supérieure (à chaud).

Cette ligne de fabrication commerciale s'est avérée défectueuse produisant une fuite difficile à détecter car l'^{4}He diffusait très lentement entre la paroi métallique et le diélectrique avec un temps de l'ordre d'une journée. Nous avons par la suite remplacé cette ligne commerciale par une ligne de notre fabrication à partir d'un tube ϕ = 1,5 / 2,2 mm en acier inoxydable et du diélectrique récupéré d'une ligne coaxiale souple.

L'âme de la ligne a son extrémité supérieure à la température ambiante et dans sa descente jusqu'à la gamelle elle n'entre pas en contact direct avec l'^{4}He liquide. En conséquence sa température est à ce niveau là, supérieure à 4 K. Pour la thermaliser, la ligne passe en ligne à ruban sur un support de 50 microns de kapton ancré sur le condenseur avant de continuer en ligne coaxiale souple (en alliage cuivre-argent pour diminuer la conductibilité) vers la cellule. Un dernier point d'ancrage de son conducteur extérieur sur le bouilleur limite son apport de chaleur vers la cellule.

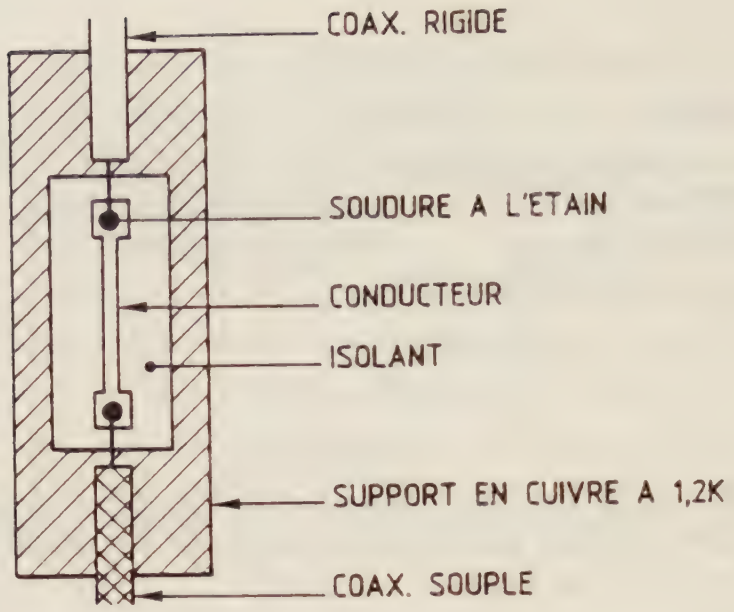


Figure 6.14.

Relais pour la thermalisation de l'âme du coax. L'impédance est adaptée pour éviter les réflexions. Le conducteur extérieur du coax est soudée au cuivre.

A partir des mesures de conductivité électrique du coax souple de $5 \times 10^{-4} \Omega\,cm^{-1}$ nous estimons les pertes par conduction vers la cellule à ~ 1 µW par coax.

C. - Procédures expérimentales

Production d'électrons. L'émission des électrons se fait par décharge à partir du filament (voir figure 6.12). La décharge est amorcée par une impulsion de chauffage sur le filament de quelques 400 mW pendant quelques dizaines de millisecondes. Cette décharge est entretenue à un courant d'environ 5 nA par une tension continue (V_{GF} sur la figure 6.12) $300 < V_{GF} < 350$ volts en série avec une résistance de $10^8 \Omega$, et se produit de façon la plus stable pour une température d'environ 1,05 K, soit une pression de vapeur de 0,19 mm.

Déposition des électrons sur la surface. On commence alors à augmenter la tension V_{GL} qui pousse les électrons vers la surface. Les électrons vont se déposer sur celle-ci jusqu'à ce que lechamp électrique entre la surface et la ligne soit nul . On dit alors que la surface est chargée à saturation, et la densité n est déterminée par la relation

$$\frac{V_{GL}}{d} = 1200\,\pi\, n e \qquad (6\text{-}3)$$

où V est en volts, et n,e et d sont en unités CGS.

Lorsque la surface est chargée et la ligne est connectée à l'amplificateur de courant on détecte (à V_{GL} fixe, la décharge étant allumée) un courant non nul ce qui implique qu'une partie des électrons traverse la surface. Il est possible aussi que des photons avec des énergies dans l'ultraviolet produits par la décharge puissent ioniser les atomes d'^{4}He dans le liquide. Cet effet est différent du perçage due à l'instabilité de la surface où l'on observe une grande impulsion de courant.

La stabilité de la charge en fonction du temps est assez élevée. Sauf choc mécanique, thermique ou variation du niveau d'hélium, la durée du piégeage de la charge à la surface est supérieure à notre autonomie cryogénique (environ 48 heures).

Mesure de la charge de surface. La détermination la plus sure de la charge de surface est basée sur la mesure de la position des pics acoustiques. En effet, la fréquence des modes de ripplon avec vecteur d'onde G est

$$\Omega^2 = \frac{\alpha}{\rho} G^3 \qquad (6\text{-}4)$$

les vecteurs d'onde successifs dans le réseau hexagonal sont donnés par $G_p^2 = pG_1^2$, $p = 1,3,4,7,9,\ldots$ En général $p = a^2+b^2+ab$, a et b entiers. La relation entre fréquences successives est alors

$$\nu_p = p^{3/4}\ \nu_1 \qquad (\nu_p = \Omega_p/2\pi) \qquad (6\text{-}5)$$

Si on trace maintenant le ν_p mesuré en fonction de $p^{3/4}$, la pente sera ν_1 relié à n par

$$\nu_1 = \left(\frac{2\pi\alpha}{\rho}\right)^{1/2} \left[\frac{2}{\sqrt{3}}\, n\right]^{3/4} = 4.502\ n^{3/4}\ \text{Mhz} \qquad (6\text{-}6)$$

avec n en unités de 10^8.

Cet alignement prouve qu'on est effectivement en présence d'un réseau hexagonal comme il a été mentionné dans le chapitre 4.

Sur la figure (6.14) on montre un spectre de pics acoustiques.

Il faut signaler ici que quand le couplage devient plus fort ces pics se déplacent vers les basses fréquences. En d'autres termes, lorsque la température diminue (et le facteur Debye-Waller augmente) ces modes s'écartent des fréquences de ripplon $\Omega_N/2\pi$, l'écartement étant plus important pour les modes p = 1,3,7 que pour p = 4,9,12,3. Pour déterminer la densité on utilise alors des spectres à des températures près de la transition, où bien les fréquences des modes élevés.

Une autre méthode consiste à utiliser le théorème de Gauss sous la forme (voir éq. 6.3) $V/d = 1200\pi ne$

En effet, lorsque la surface est chargée à saturation la différence de potentiel entre la surface et la grille est nulle et $V_{GL} = V$. L'inconvenient de cette méthode est qu'elle nécessite une mesure indépendante de la profondeur d'^{4}He, mesure qui nous fait défaut en ce moment. Comme on verra après la seule détermination indépendante de d a des incertitudes importantes.

Horizontalité. Il est important que la surface de l'^{4}He soit parallèle à la surface de la ligne car un manque de parallèlisme fait apparaitre une densité de charge de surface non uniforme, mais aussi l'instabilité de la surface chargée se manifeste d'abord à l'endroit le plus mince, limitant ainsi la charge totale. En effet, la tension de perçage est une fonction de l'inclinaison du cryostat et nous avons considéré les surfaces comme étant parallèles lorsque la tension de perçage était maximale.

Pour répérer l'inclinaison nous faisons rebondir un faisceau laser sur la tête du cryostat de la façon indiqué sur la figure (6.15).

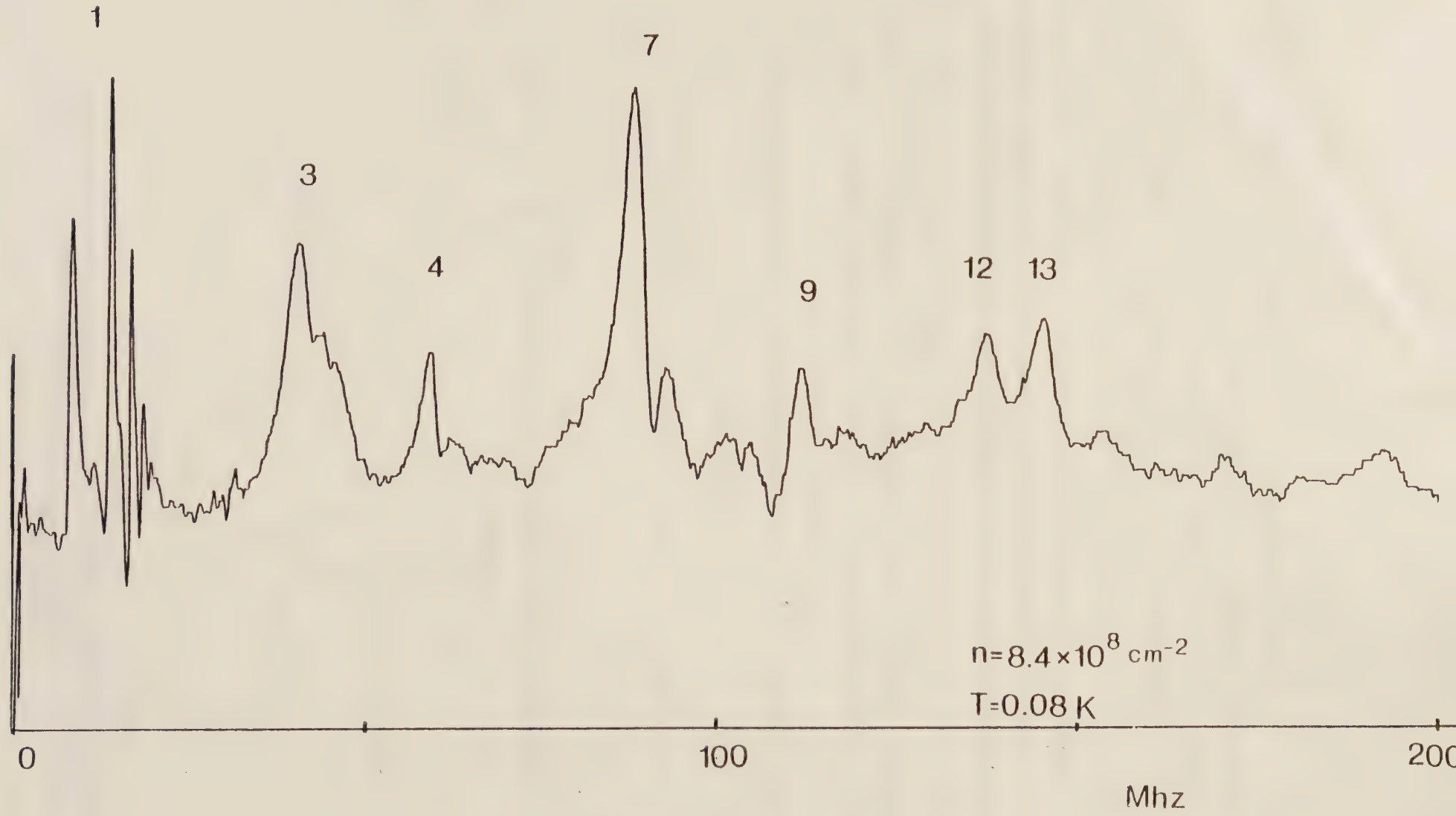


Figure 6.14.

Spectre des pics acoustiques. On observe à la position du 1 plusieurs pics que nous attribuons à la quantization des modes sur la ligne due aux conditions aux limites dans le plan.

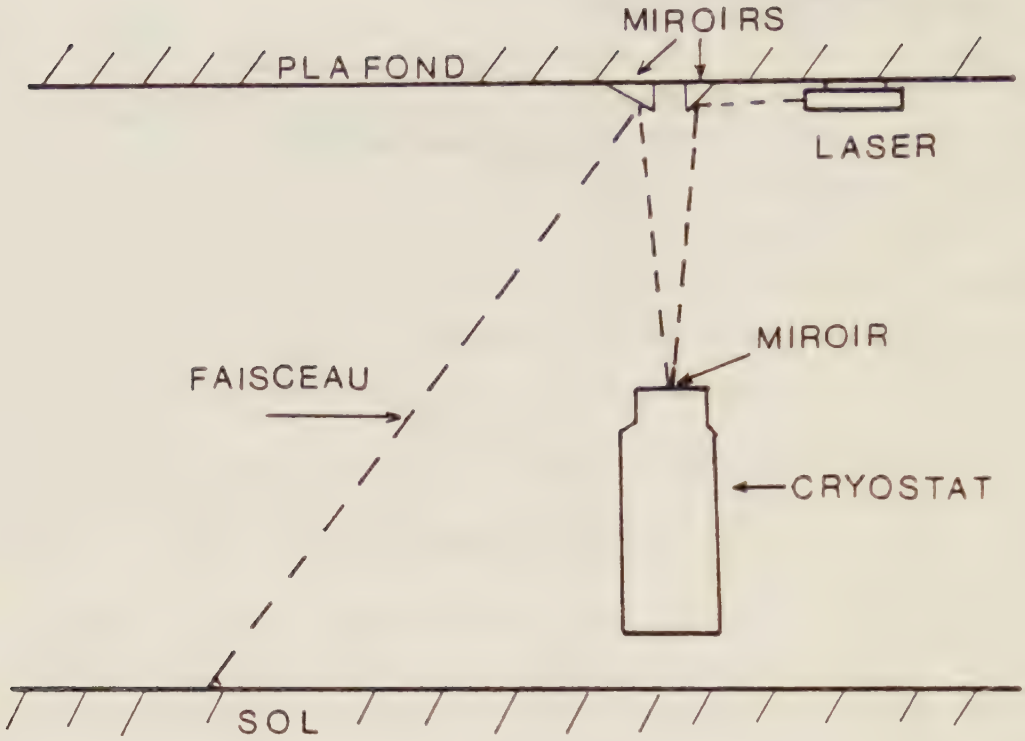


Figure 6.15.

Repère de l'inclinaison du cryostat à l'aide d'un faisceau laser.

Avec ce système nous sommes sensibles à des variations de $\sim 2 \times 10^{-4}$ radian, ce qui correspond à une variation de niveau d'^{4}He de 2 microns sur le bord de l'anneau de garde.

Mesure de la profondeur de la couche d'He^4. La capacité grille-ligne est directement reliée à l'hauteur d'hélium entre les armatures. La variation de capacité entre le cas vide et le cas plein est de 1,7 % ce qui est suffisante pour mesurer C_{GL} avec précision pour les niveaux intermédiaires. A cet effet, nous utilisons un pont alternatif de mesure de capacitances "General Radio" couplé à un détecteur synchrone pour repérer l'équilibrage du pont. La précision sur la capacité est de 2×10^{-5} pF sur 4 pF soit 5×10^{-6}. Puisque la distance ligne-grille est de 1,95 mm on est sensible à des variations de l'ordre de $0,3 \times 10^{-4}$ cm.

Sur la figure (6.16) on montre la courbe de remplissage. On a porté la capacité grille-ligne en fonction du volume condensé (en unités arbitraires)

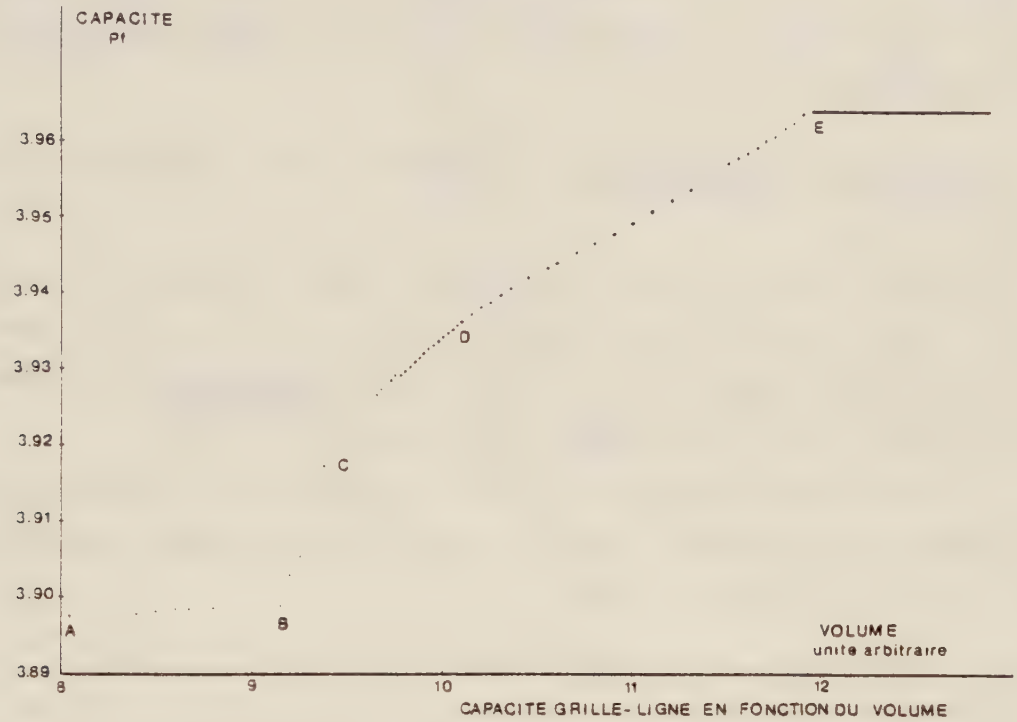


Figure 6.16.

Courbe de remplissage

Sur cette figure on peut distinguer plusieurs zones :

- A → B : remplissage de la partie inférieure à la ligne
- B → C : nous interprétons cette partie comme la formation par capillarité du ménisque situé entre la ligne et l'anneau de garde.
- C → D et D - E remplissage de l'espace libre ligne-grille. La courbure peut être due aux effets de bord.

Nous n'avons pas pu déterminer de façon précise le moment où commence le remplissage de l'espace libre puisqu'il y a entre C et B une région où l'on peut déposer de la charge qui n'est délimitée par aucune rupture de pente. Pour le moment notre détermination la plus crédible de d vient du rapport V/n où n est déterminée d'après les pics acoustiques. Dans une cellule future, il nous semble souhaitable d'isoler un disque central de la grille pour que les mesures de capacitance

soient moins sensibles aux effets de bord

Champ magnétique. Le champ magnétique est créé par une bobine supraconductrice fixée autour de la gamelle. Nous faisons l'étalonnage par l'observation du mode cyclotron en présence d'une très faible charge. Avec ce type de bobine on peut monter jusqu'à un champ de l'ordre de $\nu_c \sim 10.000$ Mhz.

Calibration du spectromètre. Nous faisons cette calibration en deux parties :

i) réglage avec la courbe d'absorption directe (montré sur la figure 4). Sur cette courbe, qui correspond à la tension à la sortie du mélangeur, on ne doit pas avoir de changements de signe. En outre on cherche aussi à ce que la tension à chaque fréquence soit maximale.

ii) Réglage avec la raie cyclotron. La susceptibilité dans le cas d'une très faible charge ($\omega_c \gg \omega_p$) et aussi pour un champ pressant très faible ($\omega_c \tau \gg 1$) est de la forme

$$\chi = \left[\alpha\left(\tfrac{1}{\tau}\right)\Delta + \beta\left(\tfrac{1}{\tau}\right)\Delta^3\right] + i\left[\delta\left(\tfrac{1}{\tau}\right) + \gamma\left(\tfrac{1}{\tau}\right)\Delta^2\right]$$

où $\Delta = \omega - \omega_c$. On observe que la partie réelle est non symétrique autour de $\omega = \omega_c$ tandis que la partie imaginaire est symétrique. Dans le spectromètre nous observons un signal proportionnel à la dérivée de χ'' par rapport à $1/\tau$ ce qui ne modifie pas la symmétrie par rapport à Δ.

On cherche alors à avoir une raie cyclotron la plus symétrique possible pour nous assurer d'observer seulement la partie dissipative. Une telle raie est montrée sur la figure (6.17).

Figure 6.17.

Example d'une raie cyclotron symétrique et d'une autre non-symétrique lors du réglage du spectromètre.

BIBLIOGRAPHIE CHAPITRE VI

(1) - O.V. Lounasmaa, "Experimental principles and methods below 1K *Academic Press London an New-York*

(2) - J.C. Wheatley, *Ann. J. of Phys. 36, 181, (1968)*

(3) - Voir référence (1) section 8-8.

C O N C L U S I O N S

Les conclusions "physiques" que nous pouvons tirer de nos expériences sont nécessairement provisoires car elles se basent sur l'analyse d'un nombre réduit d'échantillons.

Une exception à ceci est la détermination de la frontière de séparation de phase qui est simple et directe. La disparition du pic optique qui indique le dépiégeage des électrons est une conséquence directe de la perte de corrélation translationnelle. Nous avons déterminé la température de fusion par cette méthode pour plusieurs échantillons. L'évolution ultérieure du spectre avec la température avant d'arriver à un spectre qui ne change pas avec celle-ci sera étudiée dans le futur avec plus de détail.

Nous avons fait un effort pour interpréter le facteur W sur la base des fluctuations provenant principalement de la branche transverse. Notre évaluation du comportement en température du module de cisaillement est à prendre avec réserve car nous connaissons mal la valeur des fluctuations à température nulle. En outre il faudra réaliser davantage de mesures sur différentes densités pour mieux cerner la variation de γ avec la densité. Toutefois les résultats présentés dans cette thèse tendent à confirmer les simulations numériques de R.H. Morf sur l'existence de deux régions pour le module de cisaillement : une linéaire en T due à l'interaction phonon-phonon et une autre de variation plus rapide qui pourrait provenir de la présence de défauts. La variation due à l'interaction phonon-phonon semble, d'après nos résultats, plus faible à basse densité.

Finalement la variation de l'amplitude de la raie optique au voisinage de la transition lorsqu'on traverse celle-ci à partir des hautes températures montre l'existence de phénomènes transitoires sans qu'on puisse préciser s'il s'agit d'une transition de premier ou de deuxième ordre.

En ce qui concerne le dépouillement des résultats, notre méthode offre des possibilités très intéressantes car elle permettra, par l'analyse de la forme de raie d'obtenir des renseignements sur le temps de vie des phonons dans le solide. Dans le présent travail nous n'avons pas exploité cette possibilité.

Il serait souhaitable de raffiner les mesures de cette expérience tout d'abord en ressertant les intervalles de densité mais aussi en baissant la température pour avoir une mesure des fluctuations du point zéro. Davantage de précision serait nécessaire aussi dans la région pré-transitionnelle où le module de rigidité dévie par rapport à l'extrapolation des basses températures.

Mais il faut souligner que la valeur de μ que l'on déduit de cette expérience est une valeur globale, intégrée sur tout le spectre des fluctuations. Une information plus détaillée, à k et ω donnés, peut être extraite d'une mesure directe de la vitesse du son transverse, l'autre volet de cette étude. On se rappelle que l'on peut exciter les excitations à la périodicité des méandres de la ligne de transmission à condition de s'y rapprocher suffisamment, mais jusqu'à présent, on a eu des problèmes de perte des électrons à faible profondeur d'hélium.

Du point de vue de l'appareillage ces remarques nous conduisent vers les modifications suivantes :

a) Amélioration de l'isolation thermique de la cellule expérimentale et augmentation du débit de pompage en vue d'atteindre 30 mK.

b) Utilisation d'une thermométrie plus fiable que celle des résistances de carbone.

c) Augmentation du pas de la ligne excitatrice pour augmenter la portée du champ excitateur de façon de pourvoir réaliser l'expérience à un niveau proche de la centaine de microns.